

Casimir Dufresne

Etudiant au Collège de Montréal

1847

...cation
...M.
...Maréchal
...Ecc.

NOUVELLE
ARITHMÉTIQUE RAISONNÉE
OU
COURS COMPLET DE CALCUL
THÉORIQUE ET PRATIQUE,

A L'USAGE

DES ÉLÈVES DES COLLÈGES ET DES MAISONS D'EDUCATION

DE L'UN ET DE L'AUTRE SEXE,

DES PERSONNES QUI VEULENT APPRENDRE CETTE SCIENCE EN PEU DE TEMS ET SANS LE SECOURS D'UN MAÎTRE, ET DE CELLES QUI VEULENT SE LIVRER AU COMMERCE.

Par CASIMIR LADREYT,

EX-NEGOCIANT FRANÇAIS, MAINTENANT INSTITUTEUR.

Cet ouvrage, ESSENTIELLEMENT METHODIQUE, comprend les quatre opérations sur les nombres entiers, les fractions ordinaires, les fractions décimales et les nombres complexes ; un grand nombre de problêmes très-variés et principalement sur les règles de trois, d'intérêt, d'escompte, de compagnie et d'alliage, tous résolus sans le secours des proportions ; le systême décimal de France et la comparaison des monnaies, des poids et mesures de divers pays ; l'extraction de la racine carrée, de la racine cubique, de la racine quatrième et de la racine sixième ;

SUIVI DE QUELQUES LEÇONS SUR LA

PLANIMÉTRIE ET LA STÉRÉOMÉTRIE

(ARPENTAGE ET CUBAGE),

OU TOISÉ DES SURFACES ET DES VOLUMES.

Montreal:

IMPRIMEE POUR LE COMPTE DE L'AUTEUR.

1836.

DISTRICT DE MONTREAL.

BUREAU DES PROTONOTAIRES,
Le 14e. jour du Juillet, 1836.

QU'IL soit notoire que le quatorzième jour de Juillet, dans l'année mil huit cent trente six, CASIMIR LADREYT du dit District a déposé dans ce Bureau le titre d'un livre, le titre duquel est dans les mots suivans, savoir : " Nouvelle Arithmétique Raisonnée ou Cours complet de Calcul " Théorique et Pratique," etc. Au sujet duquel il réclame le droite de propriété comme auteur.

Enregistré conformément à l'Acte Provincial, intitulé " Acte pour protéger la propriété Littéraire."

MONK & MORROGH, P. B. R.

PRÉFACE.

Au moment où, grâce à la sagesse du législateur, ce pays va être doté du plus généreux, du plus précieux des bienfaits ; dans un tems où les amis de la propagation des lumières redoublent de zèle et d'efforts, pour procurer à la classe honorable et laborieuse du peuple les bienfaits de l'instruction qu'elle réclame, à juste titre, comme un moyen de perfectionner son travail et d'améliorer son bien être ; au moment enfin où, dans ce pays comme partout, l'instruction populaire va recevoir toute l'extension, tout le développement dont elle est susceptible, j'ai pensé que la publication de ce petit livre ne pouvait manquer d'être favorablement accueillie : car il ne suffit pas de fournir à l'instruction des moyens pécuniaires, il lui faut d'autres ressources plus utiles encore, je veux dire de bons livres élémentaires.

Les livres classiques et surtout les Arithmétiques ne sont pas rares, il est vrai ; mais peu, je le dis à regret, très-peu sont rédigées sur un plan propre à satisfaire les besoins de l'époque : les unes étant trop volumineuses sont hors de la portée de la classe peu aisée, et ne sauraient convenir aux jeunes gens qui ont très-peu de tems à consacrer à l'étude ; les autres, écrites trop scientifiquement, sont plus propres à faire briller les talens des auteurs, qu'à avancer les progrès des élèves, qui se dégoûtent quelquefois d'une étude fort abstraite et peu attrayante pour le jeune âge ; d'autres enfin se bornent à un enseignement purement mécanique, et un tel inconvénient est encore plus grave : l'enfant apprend très-difficilement ce qu'il ne comprend pas ; on sait d'ailleurs que toute définition, toute règle qui n'est confiée qu'à la mémoire est

nécessairement fugitive : elle se grave et prend au contraire un caractère de fixité aussitôt que l'esprit a bien conçu la raison sur laquelle elle s'appuie.

De plus, à une époque où la plupart des villes et des campagnes ont été privées d'écoles pendant long-tems, il se trouve beaucoup de personnes qui n'ont pu acquérir la connaissance de cette science, qui est cependant d'une nécessité indispensable ou diplomate et à l'homme qui cultive paisiblement son champ, au littérateur et à la femme de ménage, et enfin à toutes les classes de la société. Quels regrets ne doit pas éprouver un jeune qui, n'ayant étudié l'Arithmétique qu'imparfaitement, au moment d'embrasser une profession, se trouve obligé de retourner à l'école ! c'est cependant ce qui arrive tous les jours, personne ne l'ignore.

En publiant le petit traité que j'ai l'honneur d'offrir aujourd'hui au public, j'ai cru rendre service à ces personnes, puisque je leur donne les moyens d'étudier elles-mêmes cette science avec fruit et sans maître : un tel ouvrage n'avait pas encore été fait, que je sache, du moins en ce pays. Aidé du secours de l'expérience et animé du désir de faire le bien, j'ai dirigé mes efforts contre tous ces inconvéniens, puissé-je avoir réussi ! c'est ce que le tems et une plus longue expérience me diront. J'ai tâché de dire beaucoup de choses en peu de mots, de faire entrer beaucoup de matière dans un petit volume, afin de le rendre accessible à toutes les bourses, et d'éviter une perte de tems aux personnes qui seront obligées d'y avoir recours.

J'ai choisi des définitions et des démonstrations simples, claires et fort courtes, parce que, l'esprit les saisissant plus facilement, la mémoire les retient mieux.

Dans tout le cours des raisonnemens, je me suis servi du langage le plus naturel, des expressions le plus à la partée de l'enfance. J'ai procédé par des comparaisons toutes les fois que je l'ai cru nécesssaire, et je n'ai pas craint d'entrer souvent dans des détails fort minutieux, parce que je n'ai point perdu de vue que j'écrivais pour les personnes qui ont besoin d'apprendre, et non pour celle qui savent déjà.

Les propositions sont tellement liées les unes aux autres, qu'elles se trouvent répétées presque à chaque page, depuis le commencement jusqu'à la fin de l'ouvrage : de sorte qu'il est comme impossible que l'élève, en apprenant de nouvelles choses, perde de vue ce qu'il aura déjà appris.

Bien que j'aie évité avec soin cette sèche et aride routine, cet enseignement tout matériel qui n'instruit pas, parce qu'il ne présente aucun attrait à l'esprit des jeunes élèves, me conformant au précepte d'un célèbre académicien,* j'ai multiplié les exemples autant qu'il m'a été possible, afin de faire marcher ensemble la pratique et la théorie. Les questions placées à la fin de chaque matière, où j'ai renforcé le raisonnement lorsque je l'ai jugé nécessaire, sont comme autant de commentaires des définitions et de règles qu'elles accompagnent. Ces questions sont variées de telle manière que l'élève, en apprenant à calculer, apprendra nécessairement de l'histoire, de la géographie, de l'astronomie, de la géométrie, de la cosmographie ; il trouvera même quelquefois des leçons d'économie, de morale et de religion. Ces changemens plaisent aux enfans et font diversion à une attention qui, trop prolongée, les fatiguerait. Les raisonnemens réitérés répandent d'ailleurs quelques attraits sur les premières études, qui sont d'ordinaire si ennuyeuses et si rebutantes.

J'ai soigneusement écarté tout ce qui m'a paru de peu d'utilité, tels qu'une foule de problêmes d'une extrême longueur et de pure curiosité, parce qu'ils font perdre du tems à l'élève, et détournent son attention des choses les plus utiles. Tous les exemples que j'ai donnés sont applicables aux usages les plus communs de la vie.

Les progressions par différence, ainsi que les progressions par quotient, étant d'un usage fort rare, je n'ai pas cru devoir en parler. Quant aux proportions, tout le monde sait qu'elles embarrassent beaucoup les jeunes commerçans : je les ai supprimées, et j'ai donné les moyens de résoudre, par la force seule du raisonnement, tous les problèmes qui peuvent s'y rapporter. D'ail

* Multa exempla melius valent quàm prœcepta.
QUINTILIAN.

leurs, il est bon que l'enfant apprenne de bonne heure à penser ; il faut que l'homme exerce son jugement dès l'âge le plus tendre ; qu'il fortifie sa raison en se rendant compte des opérations de son entendement. Que de talens restent enfouis et sont perdus au sein de la société, faute de trouver les moyens de se développer !

Dans un pays où l'on s'occupe beaucoup d'agriculture et du commerce des bois, j'ai cru ne pouvoir mieux terminer mon travail, qu'en donnant quelques leçons sur le toisé des surfaces et des solides.

Enfin, instruire, mais d'une manière prompte, sûre et facile ; présenter aux enfans les préceptes avec ordre, méthode et précision, en ne leur laissant rien ignorer de ce qui peut contribuer au développement de leurs facultés intellectuelles ; mettre les choses à la portée de leur intelligence naissante, en éclaircissant les point difficiles, par les exemples et par le raisonnement : faire concourir à ce résultat l'analyse et la réflexion qui déduisent les définitions et les règles : tel doit être, je crois, le but de ceux qui écrivent pour l'éducation de la jeunesse ; tel est celui que je me suis proposé.

Au reste, je dois cependant déclarer ici que je n'ai pas la prétention de croire que mon ouvrage soit sans défauts ; aussi recevrai-je avec reconnoissance toutes les observations que MM. les professeurs et les pères de famille voudront bien m'adresser à ce sujet.

Car ce champ ne se peut tellement moissoner,
Que les derniers venus n'y trouvent à glaner.

Puisse, en attendant, cet essai produire tout le fruit que j'ose en espérer, et ce sera la plus belle, la plus douce récompense de mon zèle et de mes efforts !

TABLE DES MATIÈRES.

ERRATA.

Page 45, ligne 16, fraction dénominateur, *lisez* fraction diviseur.
" 49, " 14, chiffres, *lisez* décimales.
" 74, " 2, millititre, *lisez* millilitre.
" 98, " 4, 32e, *supprimez* la réponse à cette question, et au lieu de 73 ½ ou 73,5 X 25 = 1837,5 lieues, *lisez* et *écrivez* 73 ½ ou 73,5 X 17 = 1249,5 lieues ou 1249 ½ lieues.

En voici la raison :

Les degrés de latitude ont partout la même distance, c'est-à-dire 25 lieues ; mais les degrés de *longitude* n'ont 25 lieues que sous l'Equateur ; cette distance va toujours en diminuant jusqu'aux pôles, c'est-à-dire jusqu'au 90e. degré de latitude, où elle se réduit à rien, puisque tous les méridiens se réunissent à un seul point. Cette diminution est déjà bien sensible vers le 10e. degré de latitude, et à plus forte raison vers le 46e., latitude de Quebec, et encore plus sous le 48e., latitude de Paris. En prenant un terme moyen entre ces deux dernières latitudes, on a (80) 47, et à cette latitude un degré de longitude vaut à peu près 17 lieues. Ainsi Quebec se trouve, à fort peu près, à 1249 ½ lieues de Paris (la lieue de 25 au degré ou de 2280 ⅓ toises.)

Page 104, ligne 2, en remontant, ne, *lisez* me.
Page 106, ligne 3, en remontant, déposé, *lisez* dépassé.

Nota. Les numéros qui se trouvent entre parenthèses indiquent des renvois aux principes précédents. Par exemple, dans la page 40 lige 4, en remontant, le signe (38) indique un renvoi au principe établi sous le numéro 38 de la page 39.

ARITHMÉTIQUE RAISONNÉE.

NOTIONS PRELIMINAIRES.

1. L'ARITHMETIQUE* est la science des nombres et du calcul.

2. On appelle *science* la connaissance claire et certaine de quelque chose, fondée ou sur des principes évidens par eux-mêmes, ou sur des démonstrations solides et convaincantes.

3. Par *nombre* on entend l'assemblage ou la collection de plusieurs unités ou parties d'unités, ou la réunion de plusieurs individus de la même espèce.

4. L'*unité* est une quantité que l'on prend le plus souvent arbitrairement pour servir de terme de comparaison à d'autres quantités† de même espèce : par exemple, si je veux connaître la longueur d'une salle, je puis la comparer à une longueur de convention que j'appelle *pied :* si la salle contient vingt-quatre fois cette longueur, la dimension en sera exprimée par vingt-quatre pieds. Le pied est ici ce que j'appelle *unité.* Mais au lieu de cette unité, je pourrais en prendre une autre ; la toise, par exemple, unité six fois plus grande que le pied, alors la longueur de la salle serait exprimée par quatre toises. Pareillement lorsqu'on dit un tel objet pèse trois livres, la livre est ici l'unité, c'est-à-dire, la quantité à laquelle on compare le poids de cet objet qui se trouve ici trois fois plus grand que l'unité. On au-

---

* Du grec *arithmos,* nombre.

† Nous entendons par *quantité* ou *grandeur* tout ce qui est susceptible de mesure, ou qui, comparé avec une chose de même espèce, peut être dit plus grand ou plus petit, ou égal ou inégal.

rait également pu prendre l'once pour unité, et alors ce même poids aurait été marqué par quarante huit onces.

Si l'on compte une somme d'argent, on peut prendre pour unité le chelin, le franc, la piastre, le louis, etc.

Cette unité s'appelle *concrète* ou *relative*.

5. Il y a encore une autre espèce d'unité ; c'est l'unité métaphysique ou individuelle, c'est-à-dire, qui ne peut être divisée. Ainsi, par exemple, une réunion de vingt écoliers, un régiment de deux mille hommes, dix chevaux, etc. Ecolier, homme, cheval, sont des unités individuelles. Cette unité pourrait encore être nommée *absolue*.

6. On appelle nombre *concret* celui qui fait connaître l'espèce d'unités dont il est formé ; cinq livres, trois hommes, sept francs, sont des nombres *concrets*.

Un nombre est dit *abstrait* lorsqu'on fait abstraction des unités qui le composent ; six, huit, sept, quatre, sont des nombres abstraits.

Nous définirons les autres espèces de nombres à mesure qu'il en sera question.

7. Le calcul est l'art de composer et de décomposer les nombres : on les compose par l'addition et la multiplication, et on les décompose par la soustraction et la division.

Lorsque nous voulons faire connaître un nombre ou nous l'énonçons par la parole, ou nous l'écrivons : de là deux sortes de numérations ou manières de compter : la numération parlée, et la numération écrite.

De la numération parlée.

Quand les hommes se furent réunis en société, ils eurent besoin d'inventer des noms pour désigner les objets qui tombent sous les sens ou que l'imagination peut concevoir : c'est ainsi, par exemple, qu'on a donné le nom *arbre* à toutes ces grands plantes qui sortent de la terre ; mais comme il y en a de plusieurs espèces, il a fallu prendre des noms particuliers, afin de ne pas les confondre : ainsi un de ces arbres a reçu le nom de *pommier*, un autre a été appelé *poirier*, *peuplier*, pin, etc.

La même chose a eu lieu pour les animaux, et enfin pour tout ce qui existe ou qui est supposé exister.

Pareillement on a donné le nom de nombre, comme nous l'avons déjà dit (3), à la réunion de plusieurs unités, mais ces nombres étant infinis, il a été indispensable de créer des noms au moins pour tous les nombres possibles, afin de pouvoir les distinguer entre eux, et c'est la connaissance de ces noms qui a reçu elle-même le nom de *numération parlée*.

8. Donc, *la numération parlée consiste à connaître les noms qu'on a adoptés pour compter ou pour exprimer tous les nombres possibles.*

Ces noms, dans notre langue, sont *un*, *deux*, *trois*, *quatre*, *cinq*,

six, *sept*, *huit*, *neuf*, *dix*, *onze*, *douze*, *treize*, *quatorze*, *quinze*, *seize*, *dix-sept*, *dix-huit*, *dix-neuf*. Remarquons que ces trois derniers noms sont composés, chacun, de deux des précédens, et que le mot *dix* entre dans tous les trois. La même chose a lieu pour les nombres que nous venons de nommer au-dessus de *dix :* seulement on a trouvé plus convenable de dire : *onze*, *douze*, *treize*, etc., au lieu de dire : *dix-un*, *dix-deux* . . . . . dix-cinq.

D'ailleurs ces mots sont formés des composés du latin, *undecim*, *duodecim*, *tredecim*,—lesquels sont à leur tour tirés du grec, *endeca*, *dodeca*, etc. c'est-à-dire, *dix-un*, *dix-deux*, etc.

S'il avait fallu créer des noms spéciaux pour tous les nombres, la mémoire aurait été sur-chargée par cette suite de mots qui n'aurait pas eu de fin, parce que, quelque grand que soit un nombre, il y en a toujours de plus grands que lui. Mais on a trouvé le moyen de répresenter tous les nombres, en ajoutant seulement quelques mots nouveaux à ceux qui expriment les neuf premiers nombres.

Une unité ajoutée à dix-neuf, donne naissance à un nombre nouveau que l'on appelle *vingt*. Pour avoir les noms des nombres supérieurs à vingt, il suffit de combiner successivement ce dernier nom avec chacun des neuf premiers : ce qui donne vingt-un, vingt-deux . . . . vingt-neuf.

Ensuite on emploie le mot *trente*, que l'on combine de la même manière, et l'on a *trente-un*, *trente-deux*, ... trente-neuf. Il en est de même pour les nombres *quarante*, *cinquante*, *soixante*, *septante*, *octante*, *nonante :* Ces trois derniers noms ne sont plus usités : on dit *soixante-dix*, *soixante-et-onze*, ... *soixante-dix-neuf*, *quatre-vingt*, ... *quatre-vingt-dix*, etc.

Enfin, en continuant ainsi cette combinaison, on arrive à *quatre-vingt-dix-neuf*. Si nous ajoutons une unité à ce dernier, nous aurons une collection de dix dixaines qu'on appelle *centaine* ou *cent*.

Jusque là, nous voyons donc que les nombres n'admentent des noms nouveaux, que de dix en dix unités.

Maintenant on n'emploie de noms nouveaux que pour un nombre dix fois plus grand que *cent*, parce que les *centaines* se comptent comme les dixaines, en se servant des neuf premiers nombres : comme, *cent un*, ... *cent dix*, *cent onze*, ... *deux cents*, *deux cent vingt*, ... *huit cent quarante*, ... Neuf cent quatre-vingt-dix-neuf plus un forment *dix centaines* ou *mille*. Les mille se comptent comme les unités simples, par dixaines et par centaines, en employant des noms composés, tels que deux mille, ... *huit mille un*, ... *quarante mille deux cent dix*, ... *cent mille*, etc.

La collection de dix centaines de mille a reçu le nom de *million*, nombre mille fois plus fort que *mille.*

Les *millions* se comptent comme les *mille.*

Dix centaines de millions forment un *billion.*

On continue de la même manière à former de nouveaux ordres d'unités de mille en mille fois plus forts, auxquels on donne les noms de *billions*, de *trillions*, de *quatrillions*, de *quintillions*, de sextillions, etc., et chaque ordre se subdivise en unités, dixaines et centaines.

Résumons : Dix dixaines font une centaine, dix centaines font mille, dix centaines de mille, un million, dix centaines de millions, un billion, etc.

Cette manière de compter par dix nous vient de la nature. Les anciens qui ne connaissaient pas encore l'arithmétique, se servaient des dix doigts que nous avons aux mains, et encore aujourd'hui voit-on beaucoup de personnes, principalement les enfans, s'aider de leurs doigts pour faire leurs calculs.

De la numération écrite.

9. *La numération écrite est l'art de représenter tous les nombres avec certains caractères qu'on appelle* CHIFFRES.

S'il fallait écrire les nombres tels que nous venons de les nommer, les calculs seraient d'une longueur rebutante, et souvent impracticables. On a obvié à cet inconvenient par le moyen admirable qu'on a trouvé de représenter toute sorte de nombres, en n'employant que dix chiffres, comme on écrit toute sorte de mots, en se servant des vingt-cinq lettres de l'alphabet, et toute espèce de phrases, en n'employant que dix espèces de mots.

Ce système de numération est fort ingénieux, et il importe d'autant plus de le bien comprendre, que toute l'arithmétique repose sur cette base essentielle.

Voici les dix chiffres dont nous venons de parler, et que l'on pourrait appeler *l'alphabet-arithmétique :*

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

Les neufs premiers représentent successivement et séparément les nombres,

un, *deux*, *trois*, *quatre*, *cinq*, *six*, *sept*,*huit*, *neuf ;*

le dixième, nommé *zéro*, n'a aucune valeur par lui-même, mais il sert à faire varier la valeur des autres chiffres d'après une convention très-simple, qui consiste à donner à chaque chiffre significatif une valeur dépendante de sa position ; c'est-à-dire que l'on est convenu que tout chiffre significatif placé à gauche d'un autre prend une valeur décuple ou dix fois plus forte.

10. Conséquemment, avec ces dix caractères, on pourra écrire tous les nombres possibles. En effet, avec un des dix chiffres, 1, 2, 3, 4, etc., on peut écrire les nombres depuis *un* jusqu'à *neuf*

inclusivement ; puis, pour écrire le nombre *dix* ou une *dixaine*, il suffit de placer le chiffre 1 au 2e rang à gauche, en mettant un 0 au 1er rang, de cette manière 10.

D'après la convention, le 1 se trouvant à gauche du 0, vaut dix fois plus que s'il était seul, donc il vaut *dix*.

Pour écrire *dix-un*, *dix-deux*, ou bien *onze*, *douze*, etc., on subtitue au 0 chacun des chiffres significatifs, et l'on a 11, 12, 13, 14, ... 19, c'est-à-dire, *onze*, *douze*, *treize*, *quatorze*, ... *dix-neuf*. Enfin, pour représenter 1, 2, 3, 4, etc. dixaines, on rend au moyen d'un 0, chacun de ces chiffres dix fois plus fort, comme on l'a fait pour avoir une dixaine et par la même raison ; ce qui donne 20, 30, 40, 50, ... 90, que l'on prononce, *vingt*, *trente*, *quarante*, *cinquante*, ... *quatre-vingt-dix*.

En remplaçant successivement les 0 par les neuf chiffres significatifs, comme nous l'avons pratiqué ci-dessus, nous avons 21 *vingt-un*, ... 29 *vingt-neuf*, 31 *trente-un*, ... 41 quarante-un, ... 51 cinquante-un, etc. On arrive ainsi jusqu'au nombre 99 *quatre-vingt dix-neuf*, c'est-à-dire, 9 dixaines et 9 unités. D'où l'on voit qu'avec deux chiffres on obtient tous les nombres depuis 10 jusqu'à 99.

N. B. Mais il faut bien se rappeler que ces chiffres ne doivent pas être placés au hasard : un *a* placé avant un *b* donne le son *ab*, mais si l'on place le *b* avant l'*a*, on aura *ba*, ce qui est tout-à-fait différent quoique avec les mêmes lettres. Il en est de même pour les chiffres : par exemple, *cinquante-un* s'écrit de cette manière 51 (5 dixaines et 1 unité) ; si nous changions les chiffres de place, nous n'aurions que 15 quinze (1 dixaine et 5 unités).

11. Maintenant pour écrire une centaine, il faut encore avancer le chiffre 1 d'un rang vers la gauche, en mettant deux 0 à droite 100 ; ici le 1 vaut dix fois plus que s'il était au 2e rang, cent fois plus qu'au 1er rang, donc il vaut dix dixaines ou *cent*. En ajoutant un autre 0, le 1 se trouvera transporté au quatrième rang à gauche, et voudra encore 10 fois plus qu'au 3e, cent fois plus qu'au 2e, et mille fois plus qu'au 1er, donc dix centaines ou *mille* 1000. Pour rendre ce dernier nombre 10 fois plus fort, il n'y a qu'à ajouter un quatrième 0, et nous aurons 10000 *dix mille*.

En continuant ainsi le nombre deviendra toujours de dix en dix fois plus fort, et il viendra : 100000 *cent mille*, 1000000 *un million*, 10000000 *dix millions*, 100000000 cent millions, 1000000000 *un billion*, etc. jusqu'à l'infini. Mais cette augmentation progressive n'est pas plus particulière au chiffre 1 qu'à tout autre nombre supérieur ; si nous remplaçons successivement le 1 par chacun des autres chiffres significatifs, nous aurons 200 *deux cents*, 300 . . . . . 500 . . . . . 900 . . . . . 2000 *deux mille* . . . . . 7000 . . . . . 8000 . . . . 20000 *vingt mille* . . . . 400000 *quatre cent mille*, etc.

12. D'où nous conclurons que pour rendre un nombre 10, 100, 1000, etc. fois plus fort, il suffit de placer un 0, ou un certain nombre de 0 à droite de ce nombre ; et que, par une raison contraire, si l'on supprime un, deux, trois, etc. 0, à droite d'un nombre, on le rendra 10, 100, 1000, etc. fois plus petit.

Pour avoir les nombres qui se trouvent compris entre 1 et les centaines, on remplace successivement les deux 0 par les quatre-vingt dix-neuf premiers nombres, et l'on a 101 *cent un*, 102 .... 109 .... 110, 111, ... 208 .... 575, ... 999.

Pour obtenir les nombres compris entre 1 et les milles, nous remplaçons les trois 0 par les 999 premiers nombres, et il vient 1001 *mille un*, 3012 *trois mille douze*, 4020 *quatre mille vingt*, ... 5900, ... 7005, ... etc. ; on arrive ainsi jusqu'à 9999 *neuf mille neuf centquatre vingt dix-neuf.*

Pour les nombres intermédiaires depuis 1 jusqu'aux dixaines de mille, on suit le même procédé, c'est-à-dire, on remplace les 4 zéros par les 9999 premiers nombres, et ainsi de suite.

En suivant cette marche, il est facile d'écrire les plus grands nombres qu'il soit possible d'imaginer. Donc, avec les dix caractères et la convention établie, on peut représenter tous les nombres possibles.

Observation.

13. Il faut bien se rappeler qu'un chiffre placé au 1er rang à droite, représente des unités simples ; qu'un chiffre placé au 2e rang exprime des dixaines ; au troisième, des centaines ; au 4e, des mille ; au 5e, des dixaines de mille ; au 6e, des centaines de mille, etc. D'où nous voyons qu'un chiffre devient autant de fois dix fois plus fort qu'il est avancé de 1, 2, 3, etc. rangs vers la gauche. Mais, ainsi que nous l'avons dit, ce n'est qu'une pure convention, car on n'était pas plus obligé de prendre dix caractères que d'en prendre plus ou moins : on pourrait très-bien écrire les nombres avec les cinq caractères 1, 2, 3, 4, 0 ; mais alors on formerait des nombres de cinq en cinx fois plus forts, comme on les forme de dix en dix, dans la numération usuelle ; c'est-à-dire, qu'un chiffre placé à gauche d'un autre, indiquerait des unités cinq fois plus fortes.

On pourrait de même n'employer que les deux chiffres 1 et 0.

Pour marquer tous les nombres par douze caractères, on serait obligé d'en inventer deux nouveaux, et l'on compterait par douzaines comme on compte par dixaines, etc.

1er Problème : Un nombre étant écrit, énoncer ce nombre.

1o. Si le nombre proposé ne renferme que 3 chiffres, on commence par la gauche, en donnant à chacun d'eux le nom qui lui convient, d'après le rang qu'il occupe. Ainsi l'énoncé du nombre 659 sera *six cent cinquante-neuf.* Celui-ci 508 s'énonce, *cinq cent huit.*

2o. Si le nombre à énoncer a plus de trois chiffres, pour l'énoncer avec plus de facilité, on le partage, par des virgules, en

tranches de 3 en 3 chiffres à partir de la droite ; la dernière tranche à ganche peut être complète ou incomplète, c'est-à-dire, avoir moins de trois chiffres. La première tranche est celle des unités, la 2e, celle des mille, la 3e, celle des millions, la 4e, celle des billions, etc.

Le nombre étant ainsi disposé, on énonce chaque tranche en allant de gauche à droite, ayant soin de donner à chaque tranche la dénomination qui lui est propre.

247,834 deux cent quarante sept mille, huit cent trente quatre.
3,009 trois mille neuf. 500,000 cinq cent mille.
23,004,201 vingt trois millions, quatre mille deux cent un.
13,000,000,120 treize billions, cent vingt.

Quatrillions, trillions, billions, millions, mille, unités.
2, 142, 756, 581, 341, 697.

Deux quatrillions, cent quarante deux trillions, sept cent cinquante-six billions, cinq cent quatre-vingt-un millions, trois cent quarante-un mille, six cent quatre-vingt dix-sept unités.

Pour bien faire comprendre cela aux élèves, les maîtres feront bien de leur faire décomposer les nombres de la manière suivant : c'est un moyen que j'ai toujours employé avec beaucoup de succès.

2,000,000,000,000,000—deux quatrillions.
. 100,000,000,000,000—cent trillions.
. . 40,000,000,000,000—quarante trillions.
. . . 2,000,000,000,000—deux trillion.
. . . . 700,000,000,000—sept cent billions.
. . . . . 50,000,000,000—cinquante billions.
. . . . . . 6,000,000,000—six billions.
. . . . 500,000,000—cinq cent millions.
. . . . 80,000,000—quatre-vingt millions.
. . . . 1,000,000—un million.
. . . . 300,000—trois cent mille.
. . . . 40,000—quarante mille.
. . . . 1,000—mille.
. . . . 600—six cent.
. . . . 90—quatre-vingt-dix.
. . . . 7—sept.

2,142,756,581,341,697

2e Problême : Un nombre étant énoncé, écrire ce nombre.

Pour résoudre ce problême, il faut d'abord connaître le nombre des chiffres qui doivent entrer dans la composition du nombre énoncé. Or, pour connaître combien il faut de chiffres, on divisera par la pensée le nombre proposé en tranches, comme dans le problême précédent : par le nombre de tranches complètes ou non, on jugera du nombre de chiffres nécessaires pour écrire le nombre énoncé : Il ne restera plus qu'à examiner quelles sont les places qui doivent être occupées par des caractères significatifs,

ou par des zéros. Soit, par exemple, l'énoncé *trente quatre mille douze :* dans ce nombre, il y a deux tranches, celle des mille et celle des unités ; mais, puisqu'il n'y a que trente quatre mille, cette tranche n'aura que deux chiffres : donc, deux pour la seconde tranche et trois pour la première, font cinq caractères. Mais le nombre n'a point de centaines, donc le 3e rang doit être occupé par un 0, et le nombre n'aura que 4 caractères significatifs.

Ainsi l'expression du nombre sera 34,012.

Au moyen de ce raisonnement, et des règles que nous venons de donner, on ne sera jamais embarrassé pour écrire les nombres.

DE LA COMPOSITION DES NOMBRES.

DE L'ADDITION.

14. *L'addition est une opération par laquelle on réunit plusieurs nombres en un seul.* Le résultat de cette opération s'appelle *somme* ou *total.*

Soit proposé d'ajouter 3 à 9. Il s'agit ici d'augmenter le nombre 9 de 3 unités ; pour y parvenir, on dira : 9 et 1 font 10 ; 10 et 1 font 11, et 1 font 12. Le nombre 12, que l'on obtient après avoir augmenté 9 de 3 unités, est la somme des nombres 9 et 3.

Le résultat serait encore le même, si l'on ajoutait, de la même manière, 9 unités à 3. Ainsi il est facile de voir quo l'on pourrait trouver la somme de plusieurs nombres quelconques, en ajoutant successivement à l'un d'eux toutes les unités qui composent les autres nombres ; mais ce procédé devenant très long, quand les nombres sont considérables, on a été obligé de chercher, et l'on a trouvé un moyen plus simple et plus expéditif. Le voici :

15. Pour faire l'addition avec plus de facilité, on place les nombres proposés les uns sous les autres, de manière que les unités soient sous les unités, les dixaines sous les dixaines, les centaines sous les centaines, les mille sous les mille, etc. Les nombres étant ainsi disposés, on tire une barre sous le dernier pour le séparer du résultat que l'on écrit dessous. On forme la somme des chiffres qui se trouvent dans la colonne des unités ; quand cette somme n'excède pas 9, on l'écrit sous les unités ; quand elle surpasse 9, on n'écrit que les unités, et l'on retient les dixaines pour les joindre à la colonne des dixaines. On opère d'une manière semblable sur chaque colonne ; arrivé à la dernière colonne à gauche, on écrit la somme telle qu'on l'a trouvée.

Si l'on veut additionner les nombre 43 et 32, au lieu d'ajouter successivement 32 fois l'unité à 43, on dispose ainsi l'opération :

43
32
75

et l'on dit : 3 unités plus 2 unités valent 5 unités, que l'on pose sous les unités ; 4 dixaines plus 3 dixaines font 7 dixaines, que l'on place sous les dixaines. De sorte que la somme demandée est 75.

Dans la pratique, on se dispense d'énoncer l'espèce d'unités sur lesquelles on opère dans chaque addition partielle ; on dit, 3 et 2 font 5 ; 4 et 3 font 7.

Pareillement pour obtenir la somme des nombres 6574, 315, 60, 1010, 3001, on dispose ainsi le calcul :

	6574
	315
	60
	1010
	3001
Total . . .	10960

et l'on dit : 4 et 5 font 9 et 1 font 10, et comme 10 unités valent une dixaine, je pose 0 au rang des unités et je retiens cette dixaine, pour la joindre aux dixaines des nombres proposés ; 1 retenue et 7 font 8, et 1 font 9, et 6 font 15, et 1 font 16 ; mais dix dixaines font une centaine ; donc 16 dixaines valent 1 centaine plus 6 dixaines ; je pose en conséquence 6 dixaines sous les dixaines, et je retiens une centaine que j'additionne avec les centaines, en disant : 1 de retenue et 5 font 6, et 3 valent 9 ; ici n'ayant que 9 centaines, je les pose sans rien retenir ; passant à la colonne des mille, je dis : 6 et 1 font 7, et 3 valent 10 ; ces dix mille valent une dixaine de mille, je mets un 0 pour tenir la place des unités de mille, et, n'ayant plus rien à additionner, je pose 1 au rang des dixaines de mille ; ce qui donne 10960. Cette somme est égale à tous les nombres proposés. En effet, conformément aux règles données, nous avons pris toutes les unités, toutes les dixaines, toutes les centaines, tous les mille des nombres proposés ; donc le nombre que nous avons obtenu renferme lui seul tous les autres nombres, et leur est par conséquent égal.

1er Problême.—Le Déluge arriva 1656 ans après la création du monde ; depuis le déluge jusqu'à la vocation d'Abraham, on compte 427 ans ; et depuis cette dernière époque jusqu'à la venue du Messie, 1921 ans ; depuis la naissance du Sauveur jusqu'à nous, il s'est écoulé 1836 ans.

Quel est aujourd'hui l'âge du monde ?

Pour répondre à cette question, il suffit d'additionner ces quatre périodes, en disposant l'opération comme ci-dessous :

	1656
	427
	1921
	1836
Réponse	5840 ans.

2e Problême.—Un négociant a acheté d'une part, des marchandises

pour	52 louis.
D'une autre, pour la somme de	237 "
Plus pour	92 "
Il a payé pour frais de transport	32 "
Plus pour assurance	26 "
Droits des douanes	72 "
Combien a-t-il payé en tout ? Réponse	511 louis.

SIGNES D'ABREVIATION.

+ est le signe d'addition, et se prononce *plus*.

= est le signe d'égalité, et se prononce *égale*.

Ainsi, par exemple, $4 + 5 = 9$, signifie : 4 plus 5 égale 9.

× marque la multiplication, et l'on prononce *multiplié par*.

— indique la soustraction, et équivaut à *moins*.

: ou $\frac{0}{0}$ indique la division, et veut dire *divisé par*.

DE LA MULTIPLICATION.

Cherchons dans la multiplication même la définition de cette opération : supposons, par exemple, que l'on veuille connaître le prix de 6 aunes de drap à raison de 12 fr. l'aune. Il est clair que, puisque 12 fr. sont le prix d'une aune, il faut prendre 6 fois 12, pour avoir le prix de 6 aunes ; ce que l'on peut faire en écrivant 12 six fois, et ensuite faire l'addition selon les règles données (15).

	12
	12
	12
	12
	12
	12
Ce qui donne . . .	72 francs pour prix de 6 aunes.

Ce raisonnement pouvant s'appliquer à tout autre exemple, nous voyons que la multiplication n'est autre chose que l'addition, car, de cette manière, on peut faire toutes sortes de multiplications.

Mais, quand les nombres sont très-forts, cette manière d'opérer serait si longue, que les calculs demanderaient quelquefois des années entières. Ainsi, lorsque c'est le même nombre qui doit être répété un certain nombre nombre de fois, on se contente de le poser une seule fois, plaçant sous ce nombre celui qui indique combien on doit le prendre de fois, comme on le voit ci-après.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 6 \\ \hline 72 \end{array}$$

Et, au lieu de dire, comme dans l'addition :

2 + 2 + 2 +, etc., on dit tout de suite :

6 fois 2 font 12, je pose 2, et retient 1 dixaine pour la joindre au produit des dixaines ; je continue en disant : 6 fois 1 font 6, et 1 retenue font 7.

16. D'après cela nous dirons donc que la multiplication *est une opération par laquelle on prend un nombre appelé* MULTIPLICANDE *autant de fois qu'il est indiqué par un autre nommé* MULTIPLICATEUR.

Le résultat de cette opération a reçu le nom de *produit*. Le multiplicande et le multiplicateur sont dits les *facteurs* du produit.

17. Le produit est toujours composé avec le multiplicande, comme le multiplicateur est composé avec l'unité. C'est-à-dire, si le multiplicateur est trois fois plus fort que l'unité, le produit doit être aussi 3 fois plus fort que le multiplicande. Dans l'exemple ci-dessus, le multiplicateur valant 6 fois l'unité, le produit 72 vaut aussi 6 fois le multiplicande 12.

Pour pouvoir faire une multiplication, il est indispensable de savoir bien par cœur la table suivante, dont l'invention est attribuée à Pythagore.

TABLE DE PYTHAGORE.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

La construction de cette table est si facile, que toute personne peut en faire une sans modèle, et même sans la savoir. Voici comment :

On écrit d'abord les nombres 1, 2, 3, ... 9, sur une même ligne horizontale, en les séparant par des lignes verticales. On tire une ligne horizontale sous ces 9 premiers nombres, et l'on ajoute à lui-même chacun de ces nombres, en plaçant dessous la somme qu'on en obtient ; on dit : 1 et 1 font 2, 2 et 2 font 4, 3 et 3 fonr 6, ... 9 et 9 = 18.

C'est la même chose que de multiplier tous ces nombres par 2. On tire une autre ligne horizontale sous les nombres que l'on vient de former ainsi, et l'on ajoute chacun des nombres de la première ligne à celui qui se trouve dans la même ligne verticale, en disant : 1 et 2 font 3, 2 et 4 font 6, ... 9 et 18 font 27.

C'est comme si l'on avait multiplié par 3 les nombres de la première ligne.

Maintenant pour obtenir les produits des nombres de la 1re ligne horizontale par 4, on additionne la 1re ligne avec la 3e de la même manière. Par l'addition des nombres de la 1re ligne avec ceux de la 4e, on en forme une 5e qui contient les produits des 9 premiers nombres par 5.

En continuant ainsi d'ajouter séparément les nombres de la 1re ligne à ceux qui leur correspondent dans la dernière, jusqu'à

la 9e, on forme les produits de tous les nombres d'un seul chiffre multipliés par chacun des nombres composés aussi d'un seul chiffre. On peut pousser cette table plus loin si on le desire.

Veut-on, à l'aide de cette table, trouver le produit de 2 quelconques des 9 premiers nombres, de 7 et 8, par exemple ; on suit de gauche à droite la ligne horizontale qui commence par 7, et de haut en bas la ligne verticale qui commence par 8 ; on trouve 56 dans la case qui est au point de rencontre de ces deux lignes ; 56 est le produit demandé, comme on pourrait le vérifier en écrivant 7 fois le nombre 8 et additionnant.

On remarquera que le produit de deux chiffres quelconques se trouve deux fois dans cette table ; cela vient de ce que 4, par exemple, multiplié par 6, donne le même produit que 6 multiplié par 4, c'est-à-dire, 24.

REGLES DE LA MULTIPLICATION.

18. Pour multiplier un nombre par un autre, on place le multiplicateur sous le multiplicande ; on tire une barre, et, commençant par la droite, on prend tout le multiplicande autant de fois qu'il est indiqué par les unités du multiplicateur ; on écrit le produit de chaque chiffre tel qu'il est, s'il ne surpasse pas 9, mais s'il contient des dixaines, on les retient pour les joindre au produit du chiffre qui vient après. On passe ainsi d'un chiffre à un autre, et, arrivé au dernier à gauche, on écrit le produit tel qu'il est. Après avoir abtenu, par ce moyen, le produit du multiplicande, par le chiffre des unités du multiplicateur, on forme, de la même manière, le produit du multiplicande par les dixaines, par les centaines, par les mille, etc. du multiplicateur. En un mot, on prend chaque caractère du multiplicande autant de fois qu'il est indiqué par chaque caractère du multiplicateur.

On obtient ainsi autant de produits partiels qu'il y a de chiffres dans le multiplicateur. Mais il faut bien observer d'écrire chaque produit partiel sous le chiffre du multiplicateur par lequel on multiplie ; car, si l'on multiplie par les unités, on doit avoir des unités ; les dixaines doivent donner des dixaines ; les centaines, des centaines, etc.

On réunit ensuite, par le moyen de l'addition, tous les produits partiels, pour avoir le produit total.

Exemple : Soit proposé de multiplier 4265 par 314.
Après avoir disposé le calcul comme suit :

4265, multiplicande.						
314, multiplicateur.						
17060, 1er	produit	partiel	de	4265	par 4.
42650, 2e	do.	do.	de	do.	par 10.
1279500, 3e	do.	do.	de	do.	par 300.
1339210,	produit	total	de	4265	par 314.

Je dis : 5 × 4 = 20, je pose 0 sous le 4 du multiplicateur et retiens 2 ; 6 × 4 = 24, et 2 dixaines retenues font 26, je pose 6

et retiens 2 ; 2 × 4 = 8, et 2 centaines retenues font 10 centaines qui valent mille, je pose 0 à la place des centaines et retiens 1 ; 4 × 4 = 16, et 1 retenu font 17 mille, je pose 7 et avance 1. J'ai multiplié chaque chiffre du multiplicande par les unités du multiplicateur, en d'autres termes, j'ai pris le multiplicande 4 fois. Il s'agit maintenant de le prendre dix fois, ou de le multiplier par les dixaines du multiplieateur, en disant : 5 + 1 = 5, je pose 5 sous les dixaines du multiplicateur, parce que 5 unités × 10 donnent 5 dixaines ; 6 dixaines × 1 dixaine = 60 dixaines, ou 6 centaines, je pose donc 6 au 3e rang ; 2 centaines × 1 dixaine = 20 centaines, ou 2 mille, je pose 2 au rang des mille ; 4 mille × 1 dixaine = 4 dixaines de mille, ou 40 mille, je pose 4 au 5e rang. De cette manière chaque chiffre du multiplicande se trouve multiplié par 10.

Je passe aux centaines du multiplicateur : 5 unités × 3 centaines = 15 centaines, je pose 5 sous les centaines, et je retiens 1 mille ; 6 dixaines × 300 = 18 mille, et 1 retenu font 19, je pose 9 sous les mille ; et retiens 1 dixaine de mille ; 2 centaines × 3 centaines = 6 mille centaines, ou 6 dixaines de mille, et 1 de retenue font 7 ; je pose 7 au 5e rang à gauche, c'est-à-dire, sous les dixaines de mille ; 4 mille × 3 centaines = 120 mille centaines, ou 12 centaines de mille, ce qui fait 1 million et 200 mille, je pose 2 au 6e rang et je porte 1 million au 7e. En fesant l'addition, on a le produit total tel qu'on le voit ci-dessus.

Enfin, si l'on eût multiplié séparément 4265 par 4, par 10 et par 300, et qu'on eût réuni les 3 produits, comme on le voit ci-après, le résultat serait exactement le même, ainsi qu'on peut s'en assurer en effectuant les 3 multiplications indiquées.

$$\begin{array}{r} 4265 \times 4 = 17060 \\ 4265 \times 10 = 42650 \\ 4265 \times 300 = 1279500 \\ \hline 1339210 \end{array}$$

19. En suivant ces règles, on ne sera jamais embarrassé pour faire la multiplication, et le produit cherché sera toujours le véritable. En effet, le produit pour être le véritable doit renfermer le multiplicande autant de fois qu'il y a d'unités dans le multiplicateur ; dans notre exemple, le produit doit contenir le multiplicande 314 fois ; or, en suivant les règles, comme nous venons de le faire, on prend les unités, les dixaines, les centaines, les mille du multiplicande, 4 fois, plus 10 fois, plus 300 fois, ce qui est la même chose que si l'on avait écrit 314 fois le nombre 4265, et qu'on eût fait l'addition ; donc le produit vaut 314 fois le multiplicande, donc il est le véritable.

Autres exemples.

7584	37854
63	329
22752	340686
45504	75708
	113562
Produit, 477792	Produit, 12453966

20. Quand le multiplicateur contient des zéros intermédiaires, on peut se contenter de multiplier par les caractères significatifs, mais il faut avoir bien soin que dans chaque produit partiel, le 1er chiffre à droite soit placé sous le chiffre par lequel on multiplie (18).

Ex. soit à multiplier 3456
par 4007

24192
13824

Produit, 13848192

Après avoir multiplié par 7, je pourrais aussi multiplier par les 2 zéros, mais 6, 5, 4, 3, multipliés par 0 me donneraient deux produits partiels qui n'auraient que des zéros, et qui ne seraient, par conséquent, d'aucune valeur. Je multiplie donc immédiatement par 4, etc.

21. Si le multiplicande et le multiplicateur sont terminés à droite par des zéros, on abrège encore le calcul, en multipliant entre eux les chiffres significatifs, sans faire attention aux zéros, mais lorsque la multiplication est finie, il faut placer à droite du produit autant de 0 qu'il s'en trouve dans les deux facteurs.

1er Ex. 42000
à multiplier par 79

378
294

Produit, 3318000

Au lieu de multiplier 42000 par 79, je ne multiplie que 42 par 79, et j'ai pour produit 3318 ; mais ce produit n'est pas le véritable, car j'ai multiplié un nombre mille fois plus petit que mon multiplicande (12) ; le produit se trouve donc mille fois trop petit ; conséquemment, il faut le rendre mille fois plus fort, en mettant 3 zéros à droite.

D'ailleurs, si l'on avait écrit le multiplicande 42000 ainsi qu'il suit :

42000
42000
42000
. . . . .

79 fois de suite, et qu'on eût effectué l'addition, il est facile de voir que le résultat eût été terminé par 3 zéros (19).

2e Exemple : 506000
2700

3542
1012

1366200000

Ici je multiplie seulement 506 par 27, et j'obtiens 13662 ; mais 506 est mille fois moindre que le multiplicande ; ensuite, au lieu de prendre le multiplicande 2700 fois (16), je ne le prends que 27 fois, nombre 100 fois plus petit que le multiplicateur ; donc, le produit sera, d'une part, mille fois trop petit, d'une autre, encore cent fois trop petit, donc cent mille fois trop petit : pour lui donner sa juste valeur, il faut le multiplier par cent mille, en écrivant 5 zéros à droite (12),

Exercices.

$745 \times 5060 = 3769700$
$60380 \times 50004 = 3019241520$
$5600 \times 700 = 3920000$

On prendra d'autres exemples à volonté.

22. Deux nombres donnent le même produit quel que soit l'ordre des facteurs ; c'est-à-dire que, si l'on prend le multiplicande pour multiplicateur, et *vice versa*, le produit sera toujours le même. 4×5 ou $5 \times 4 = 20$.

Soit encore 4×6 ou 6×4 : si l'on écrit 4 fois le nombre 6 dans une colonne verticale, ou 6 fois le nombre 4, ainsi qu'il suit, et qu'on fasse l'addition,

6	4
6	4
6	4
6	4
——	4
24	4
	——
	24

On obtient des deux côtés le même nombre 24.

Ceci n'est pas plus particulier aux nombres 4 et 6 qu'à tout autre nombre.

Prenons 5 et 7, par exemple ; il évident que, si l'on écrit 5 fois le nombre 7, et 7 fois le nombre 5, comme dans l'exemple précédent, en les additionnant, on trouvera le même résultat. Mais, pour rendre cette démonstration plus sensible, écrivons 7 fois l'unité sur une même ligne horizontale, et répétons cette opération 5 fois, ce qui nous donnera 5 lignes de 7 unités, et 7 lignes verticales de 5 unités.

1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,
1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,
1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,
1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,
1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,

Or, soit que l'on compte les lignes de droite à gauche, soit qu'on les compte de bas en haut, on voit qu'il est impossible de trouver un nombre différent d'unités ; donc 5 unités répétées 7 fois, donnent le même produit que 7 unités répétées 5 fois.

1ère Question.—L'année commune a 365 jours, 5 heures, 48 minutes, 48 secondes : un jour se compose de 24 heures ; un heure a 60 minutes, et 60 secondes font une minute. Il s'est écoulé 5840 ans depuis le commencement du monde : combien cela fait-il de secondes ?

Cherchons d'abord le nombre de secondes qui se trouvent dans une année : Puisque un jour vaut 24 heures, l'année ayant 365 jours, il est évident que l'année se compose de 365 fois 24 heures ; il faut donc prendre 24 h. 365 fois, ou, ce qui revient au même (22), multiplier 365 par 24.

Or 365 × 24=8760 h.

En y ajoutant les	5	h. qui sont de plus dans l'année,
on a	8765	h. pour une année.
Multipliant ce nombre par . .	60	minutes,
on a pour produit	525900	minutes,
ajoutant	48	m. de plus,
on trouve	525948	minutes pour une année.
Ce nombre multiplié par . .	60	secondes,
donne.	31556880	sec.
et	48	sec. de plus,
font	31556928	sec. pour l'année.

Ayant trouvé le nombre de secondes dont se compose une année, il est clair que, pour répondre à la question, il faut répéter ce nombre 5840 fois (16 et 18).

Ainsi, 31556928 *secondes* × 5840 *ans*=

184292459520 secondes depuis la création du monde.

2e Question.—On achète 25 chevaux qui coûtent, chacun, 237 piastres ; combien paiera-t-on en tout ? Puisque chaque cheval coûte 237 p., il est clair qu'il faut prendre ce prix 25 fois.

237 × 25 = 5925 piastres.

Exercises.

7245 × 45 = 326025.
97868 × 543 = 53142324.

3e Question.—On emploie 75 ouvriers, dont 25 reçoivent, chacun, 15 piastres par mois ; 25 autres sont payés à raison de 23 p. par mois ; 15, à 12 p., et les 10 autres, à 42 p. Combien aura-t-on à payer en tout, par mois et par année ?

15 × 25 =	375	piastres.
23 × 25 =	575	"
12 × 15 =	180	"
42 × 10 =	420	"

1re réponse 75 = 1550 piastres par mois.

Comme il y a 12 mois dans l'année, il faut prendre ce nombre 12 fois, et l'on aura, pour la 2e réponse, 1550 × 12 = 18600 piastres à payer par an.

4e Question.—Combien coûteront 36 aunes de drap, à 19 francs l'aune ?

Réponse,—36 × 19 = 684 fr.

5e Question.—Un navire transporte 8746 planches ; chaque planche pèse 108 livres ; quelle est la charge totale du navire ?

Réponse,—8764 × 108 = 944568.

6e Question.—Supposé qu'un cheval mange 12 livres de foin par jour, combien en mangera-t-il par an ?

Réponse,—365 × 12 = 4380 liv.

23. Un produit composé d'un nombre quelconque de facteurs est le même quel que soit l'ordre des facteurs.

Par exemple, (5 × 3 × 2 × 4) = (4 × 2 × 3 × 5) = etc.

C'est une conséquence du No. 22.

Pour multiplier un nombre par le produit de plusieurs facteurs, il suffit de multiplier successivement ce nombre par chacun des facteurs du produit.

Soit 25 à multiplier par 15 ; 15 étant le produit de 5 par 3, on peut multiplier d'abord 25 par 3, ensuite le produit par 5, et le résultat sera le même que celui de 25 × 15, c'est-à-dire, 375.

Pareillement si l'on a à multiplier 57 par 72, comme 72 est le produit de 8 par 9, on peut d'abord multiplier 57 par 8, ce qui donne 456 : multipliant ensuite ce produit par 9, on a 4104.

Soit encore 32 × 4 = 128 × 3 = 384 × 2 = 768.

C'est la même chose que si je multiplie 32 par 24, parce que 3 fois 4 font 12, et 2 fois 12 font 24, et 32 × 24 = 768.

Nota. Enfin, si l'on a plusieurs nombres à multiplier par le même nombre, pour réunir ensuite tous les produits, on peut ne

faire qu'une seule multiplication, en réunissant d'abord tous les nombres proposés.

Par exemple,

$$\begin{array}{r} 20 \times 3 = 60 \\ 50 \times 3 = 150 \\ 25 \times 3 = 75 \\ \hline 95 \times 3 = 285 \end{array}$$

DE LA DECOMPOSITION DES NOMBRES.

DE LA SOUSTRACTION.

24. *La soustraction est une opération par laquelle, connaissant la somme de deux nombres et l'un de ces nombres, on peut trouver l'autre.*

Ou bien encore, une opération qui consiste à décomposer un nombre en deux parties, l'une de ces parties étant connue.

Le résultat de cette opération se nomme *reste*, *excès* ou *différence*.

La différence qui existe entre deux nombres, peut s'obtenir de deux manières : 1° en ôtant du plus grand nombre toutes les unités du plus petit : 2° en ajoutant au plus petit nombre autant d'unités qu'il lui en manque pour égaler le plus fort. Si l'on proposait de trouver la différence entre 5 et 3, par exemple, il n'y aurait qu'à ôter 3 unités de 5, de cette manière : 1 ôté de 5 reste 4, 1 ôté de 4 reste 3, 1 ôté de 3 reste 2 ; la différende est 2. On parviendrait au même résultat, en disant : 3 et 1 font 4, 4 et 1 font 5 ; la différence est encore 2. Ces deux manières d'opérer sont également bonnes, mais, quand les nombres sont considérables, le calcul serait extrêmement long ; pour l'abréger, on place le plus petit nombre sous le plus fort de la manière suivante :

de	379
ôtez	167
Différence,	212

et l'on dit tout de suite : 9 unités moins 7 unités reste 2 unités ; 7 dixaines moins 6 dixaines reste 1 dixaine ; 3 centaines moins une centaine reste 2 centaines. Ainsi, le nombre 379 se trouve décomposé en deux parties, qui sont 167 et 212. Si nous additionnons ces deux nombres, nous trouvons effectivement 379.

En d'autres termes, 212 est ce que 379 a de plus que 167, ou 212 est ce qui manque à 167 pour égaler 379.

REGLES DE LA SOUSTRACTION.

1o. Pour retrancher plus facilement un nombre d'un autre, on place le plus petit sous le plus fort de manière que les unités de même ordre se correspondent; on tire une barre, et l'on retranche successivement chaque chiffre inférieur du chiffre supérieur correspondant, en commençant par la droite, ayant soin de placer chaque reste partiel sous la colonne qui l'a fourni.

2o. Quand le chiffre inférieur est plus fort que le chiffre supérieur qui lui correspond, on augmente le chiffre supérieur de 10, en ayant soin de compter le chiffre supérieur qui vient après pour une unite de moins, ou de compter celui qui est dessous pour une unité de plus, afin qu'il n'y ait rien de changé; dans le premier cas, s'il se trouve des zéros intermédiaires dans le nombre supérieur, on les considère comme des 9, mais si l'on augmente le nombre inférieur, on opère sur chaque 0 comme valant 10 : Enfin arrivé à la dernière colonne, on pose le reste tel qu'il est.

Exemples. 1er. de 8476
ôter 7251

Reste, 1225

1 de 6 reste 5 ; 5 de 7 reste 2 ; 2 de 4 reste 2 ; 7 de 8 reste 1.

2e. de 7628
ôter 6754

Reste, 0874

Je dis : 4 ôté de 8 reste 4 ; 5 de 2, cela ne se peut; j'emprunte une centaine sur les 6 centaines, mais cette centaine vaut 10 dixaines, donc 10 dixaines et 2 font 12 dixaines ; ainsi, 5 de 12 reste 7, que je pose sous les dixaines : ayant pris une centaine sur le 6, il n'en reste plus que 5 ; 7 de 5, cela ne se peut ; j'emprunte un mille sur le 7 qui se trouve après, mais ce mille vaut 10 centaines, par conséquent 10 et 5 font 15 ; donc, 7 de 15 reste 8, que je place sous les centaines, et comme le 7 ne vaut plus que 6 mille, je dis, 6 de 6 reste 0.

On parvient au même résultat en raisonnant de la manière suivante : 4 de 8 reste 4 ; 5 de 2, on ne peut; j'augmente 2 de 10, ce qui fait 12, 5 de 12 reste 7, et je retiens 1, pour l'ajouter au 7 qui vient après le 5, car, ayant augmenté le nombre supérieur de 10, il faut aussi augmenter le nombre inférieur pour qu'il y ait compensation ; mais ce 1 retenue au rang des dixaines, et transporté au 3e rang, vaut 10 dixaines (10), conséquemment, si le nombre d'en haut a été augmenté de dix dixaines, celui d'en bas l'est aussi ; donc il y a compensation. Je continue en disant : 7 et 1 retenu font 8 ; 8 de 6, on ne peut ; j'ajoute 10 à 6, ce qui

fait 16 ; 8 de 16 reste 8, je pose 8 et retiens 1, par les raisons que nous venons de donner ; 1 retenu et 6 font 7 ; 7 de 7 = 0.

3e. de 57002
ôter 8745

Reste, 48257

2 — 5, on ne peut, et je ne puis pas emprunter sur les 0 puisqu'ils n'ont aucune valeur ; j'emprunte donc 1 sur le 7, mais ce 1 vaut mille, donc, dix centaines ; j'en laisse 9 sur le 0 qui tient la place des centaines, il me reste encore une centaine qui vaut 10 dixaines, et comme je n'ai besoin que d'une dixaines, j'en laisse 9 sur le 0 des dixaines, et il m'en reste encore une qui vaut 10 unités ; ainsi, 10 + 2 = 12, et 12 — 5 = 7 que je pose sous le 5 ; 9 — 4 = 5 ; 9 — 7 = 2 ; (rappelons nous que le 7 ne vaut plus que 6 mille). 6 — 8, on ne peut ; j'emprunte 1 sur les dixaines de mille, qui vaut 10 mille ; 10 et 6 font 16 ; 16 — 8 = 8 ; le 5 ne vaut plus que 4, et comme il n'y a plus de chiffre à ôter, je dis, 4 — 0 = 4.

Si l'on veut, on peut opérer de la seconde manière.

25. *Remarque.*—Tout ce que nous venons de dire de la Soustraction est bien facile à comprendre, si l'on fait attention à ce qui se passe lorsqu'on fait l'addition ; car, par la soustraction, on défait ce qui a été fait par l'addition. En effet, d'après la définition de la soustraction, le plus fort nombre est la somme provenant du plus petit nombre et de la différence, comme on peut le voir en ajoutant ces deux nombres, dans notre dernier exemple :

		Démonstration.
8745	à ôter de 57002 ;	8 7 4 5
48257	différence trouvée.	4 8 2 5 7
57002	somme.	4 16 9 9 12 sommes.

5 et 7 font 1 dixaine et 2 unités, ou 12 ; donc ces 12 appartiennent naturellement au rang des unités, et en portant la dixaine à la 2e colonne, je prive la 1ère d'autant ; pareillement 4 dixaines et 5 font 9, et une de retenue font 10, ou une centaine. Je vois que la 2e colonne ne fournit réellement que 9 dixaines, et encore au lieu de les poser, je les ajoute avec celle que j'ai retenue sur les unités, pour former une centaine que je retiens aussi, et ne mets qu'un 0 pour tenir la place des dixaines ; 7 et 2 centaines font 9, et, au lieu de les poser, je les joins à celle que j'ai retenue, ce qui fait 10 centaines ou mille ; ne mettant qu'un 0 sous les centaines, j'enlève les 9 centaines qui s'y trouvent naturellement, plus celle qui provient des dixaines ; 8 et 8 mille valent 16, et 1 retenu égalent 17 mille ; je ne pose que 7, et je retiens la dixaine de mille pour la joindre aux 4 dixaines de mille qui sont après, ce qui donne 5 ; de sorte que les dixaines de mille sont encore augmentées de 10 mille aux dépens de la colonne des unités de mille, celle-ci, aux dépens des centaines, etc. (C'est une conséquence des No. 10, 11, 13 et 15.) Le nombre 57002 se trouve donc composé des 2 nombres 8 7 4 5 et 4 8 2 5 7 ; et, d'après ce que nous venons d'observer dans le cours de cette composition, il est clair que, si l'on veut défaire ce qui a été fait, pour rendre la chose possible, il faut rétablir les nombres dans

leur état naturel; que les emprunts qu'on est obligé de faire, ne proviennent que des retenues qui ont été faites dans l'addition; que, s'il n'y avait pas de retenues, on n'aurait pas besoin d'emprunter, etc.*

1re Question.—Salomon fit bâtir le temple de Jérusalem 1004 ans avant la naissance de J. C.; Rome fut fondée par Romulus, 752 ans aussi avant J. C.; quel tems s'est-il écoulé depuis Salomon jusqu'à Romulus ?

De 1004
ôtez 752

Réponse, 252 ans.

2e Question.—Un homme devait 9787 piastres;
Il a payé 4975 "

Combien doit-il encore ? Réponse, 4812 piastres.

3e. Question.—La distadce de Jupiter au Soleil est de 180332000 lieues;
Celle de la terre, de . . . . 34515000 "

De combien Jupiter est-il plus éloigné du soleil que la terre ? . . . . . . Rép. de 145817000 lieues.

4e Question.—Pour avoir 7000
Quel nombre faudrait-il ajouter à 3628

R. 3372

5e Question.—Quel nombre faudrait-il retrencher de . . 8978
Pour n'avoir que 7395

R. 1583

DE LA DIVISION.

26. *La division est une opération par laquelle, un produit et l'un de ses facteurs étant connus, on peut trouver l'autre facteur.*

Le produit donné prend le nom de *dividende*, et le facteur connu se nomme *diviseur*. Le résultat de l'opération, ou le facteur cherché, est appelé *quotient*.

Nous remarquerons que la division n'est pas autre chose que la soustraction; car, au moyen de la soustraction, on peut faire toute sorte de divisions, comme on peut faire la multiplication par l'addition, ainsi que nous l'avons demontré. De sorte que, l'arithmétique se réduit, à proprement parler, à deux opérations fondamentales.

Soit proposé de diviser 6 par 2 : 6 étant un produit, et 2 l'un des facteurs, il s'agit de trouver le nombre qui, multiplié par 2, donne 6 au produit; en d'autres termes, c'est chercher combien de fois il faut ajouter l'unité à 2, pour avoir 6.

* Cette démonstration est nouvelle, mais je la crois fort utile.

Or, d'après ce que nous avons dit (24), il suffit de chercher combien de fois 2 est contenu dans 6 ; à cet effet, on retranche d'abord 2 de 6, ce qui donne 4 ; on ôte 2 de 4, le reste est 2 ; et enfin, 2 ôté de 2 reste 0. Après avoir ôté 3 fois deux de 6, on voit qu'il ne reste plup rien, d'où l'on conclut que 6 contient 3 fois 2, donc, le *quotient* cherché est 3.

Cet exemple peut s'appliquer à tout autre nombre ; mais ce calcul devenant fort long, quand le diviseur est contenu un grand nombre de fois dans le dividende, voici la manière de simplifier l'opération.

5688 à diviser par 6 : il faut trouver un nombre qui, multiplié par 6, donne pour produit 5688. Ici, le nombre demandé ne peut pas avoir des mille, car 1000 × 6 donnerait 6000, et le dividende n'a que 5688 ; donc le quotient cherché doit avoir moins de 4 chiffres ; mais il peut avoir des centaines ; en effet, 6 × 100 donne 600, nombre plus petit que 5688 ; par conséquent, le nombre qu'il faut multiplier par 6, pour avoir 5688, se trouve compris entre 100 et 1000, c'est-à-dire, plus fort que 100, et moindre que 1000, donc il se compose de 3 chiffres.

Ainsi, après avoir disposé l'opération de la manière suivante :

Dividende,	5688	6 *Diviseur.*
	54	——
	——	948 *Quotient.*
1er *reste,*	028	
	24	
	——	
2e *reste,*	048	
	48	
	——	
3e *reste,*	00	

Je commence par chercher le chiffre de l'ordre le plus élevé, en disant : puisque le quotient doit avoir des centaines, ces centaines ne peuvent se trouver que dans les 56 centaines du dividende ; je prends donc 56 pour dividende partiel, et je trouve que ce nombre contient plus de 9 fois le diviseur, mais il ne peut pas le contenir 10 fois, car 10 × 6 = 60, et le dividende partiel n'est que 56 ; je pose 9 au quotient, et je multiplie le diviseur 6 par 9, en écrivant le produit 54 sous 56 ; je retranche ce produit du dividende partiel, et je trouve 2 de reste. Ayant trouvé le chiffre des centaines du quotient, il faut chercher, de la même manière, celui des dixaines ; pour cela, j'observe que le 2 de reste provenant des retenues qu'on a faites en multipliant les dixaines du quotient par le diviseur, ce 2 doit nécessairement faire partie du second dividende (25) ; ainsi, à

côté de ce 2, je place le 8 des dixaines du dividende, ce qui donne 28 dixaines ; je cherche combien de fois ce nombre contient le diviseur, et je trouve qu'il y va plus de 4 fois, mais il ne peut pas y aller 5 fois, car $5 \times 6 = 30$, tandis que je n'ai que 28 ; je pose 4 à droite du 9, et je dis, 4 fois 6 font 24, que j'écris sous 28 ; fesant la soustraction, il reste 4 dixaines, que l'on avait retenues en multipliant les unités du quotient par les unités du diviseur.

Je prends les 8 unités du dividende, et j'ai 48 unités pour nouveau et dernier dividende partiel. 48 contient 8 fois 6, je pose donc 8 unités au quotient ; $6 \times 8 = 48 - 48 = 0$, ce qui termine l'opération.

Ainsi, d'après notre définition, 6×948 doit donner 5688.

Si l'on avait suivi le premier procédé, il aurait fallu faire 948 soustractions, ce qui eût également déterminé le quotient. Mais c'est précisément ce que nous venons de faire ; seulement, au lieu de retrancher 6, puis 6, puis, etc., nous avons retranché tout d'un coup 6 fois 900, ensuit 6 fois 40, et enfin 6 fois 8, ce qui est exactement la même chose, mais plus expéditif, puisque au lieu de 948 soustractions, nous n'en avons fait que 3.

Lorsqu'on a à diviser par un nombre d'un seul chiffre, comme ci-dessus, on abrège encore l'opération, en se dispensant d'écrire les dividendes partiels, ainsi que les restes. Pour trouver le quotient de 5688 par 6, on dit : le sixième de 56 est 9 pour 54, je pose 9 centaines au quotient ; il reste 2 centaines qui valent 20 dixaines, lesquelles jointes aux 8 dixaines du dividende, donnent 28, dont le 6e est 4 pour 24, je pose 4 à droite du 9, et il reste 4 dixaines, ou 40 unités, qui jointes aux 8 unités du dividende font 48, dont le 6e est 8, sans reste ; je pose 8 unités au quotient.

2e Exemple. Soit 1689282 à diviser par 369.

En raisonnant comme dans l'exemple précédent, nous voyons d'abord que le quotient doit être compris entre 10000 et 1000, puisque le dividende est moindre que 369×10000, et plus grand que 369×1000 ; donc ce quotient doit avoir 4 chiffres ; et, pour le trouver plus facilement, nous serons obligés de faire 4 divisions partielles.

Remarquons premièrement que diviser est le contraire de multiplier, c'est-à-dire que, par la division, on défait ce qui a été fait par la multiplication.— Or, pour bien comprendre la division, examinons en détail ce qui arrive quand

on multiplie un nombre de plusieurs chiffres par un autre qui en a aussi plusieurs ; par exemple, 57 × 79.

57
79
513
399
4503

Nous voyons que le chiffre 3 unités du produit 4503, ne fait pas partie du produit de 57 par les dixaines du multiplicateur ; que ce produit du multiplicande par les 7 dixaines du multiplicateur, qui est 399 dixaines, se trouve compris tout entier dans la partie 450 du produit total, qui, en autre du produit de 57 par les 7 dixaines du multiplicateur, contient les 51 dixaines du 1er produit partiel provenant de 57 multiplié par les 9 unités du multiplicateur. Conséquemment, si l'on voulait diviser 4503 par 57, on voit qu'il faudrait chercher le chiffre des dixaines du quotient, dans la partie 450 du dividende, et que cette première divisions partielle donnerait nécessairement un reste, etc. On voit, enfin, que les restes proviennent des retenues que l'on a faites, soit en multipliant chaque chiffre du multiplicande par chaque chiffre du multiplicateur, soit en additionnant les produits partiels. Donc, pour pouvoir décomposer un nombre dans toutes ses parties, il faut avoir égard à ce qu'on a fait pour le composer, et faire tout le contraire de ce qu'on fait en premier lieu (25.)

Revenons à notre but qui est de diviser 1689282 par 369. Le dividende étant la somme de plusieurs produits partiels, il est clair que si nous connaissions chacun de ces produits, en les divisant séparément par le diviseur, nous aurions chaque chiffre du quotient : mais au moyen de divisions partielles, nous découvrons en quelque sorte tous les produits partiels, puisque nous décomposons le nombre donné en autant de parties principales qu'il y a de chiffres au quotient.

Dividende,	1689.2.8.2.	369 Diviseur.
	1476	4578 Quotient.
1er reste,	2132	
	1845	
2e reste,	2878	
	2583	
3e reste,	2952	
	2952	
4e reste,	0	

Nous savons déjà que le quotient doit se composer de 4 chiffres ; cherchons d'abord le chiffre qui doit exprimer les mille de ce quotient, et raisonnons ainsi : lorsqu'on a multiplié le diviseur 369 par les mille du quotient, le produit n'a pu être que des mille, et l'on a dû écrire au 4e rang le 1er chiffre qui se tronve à droite de ce produit partiel (18); or le chiffre des mille du quotient doit nécessairement se trouver dans les 1689 mille du dividende ; nous prenons donc les 4 chiffres à gauche pour dividende partiel, nous cherchons combien de fois cette partie du dividende contient le diviseur, en disant : en 1689 combien de fois 369, ou plus simplement, en 16 centaines combien de fois 3 centaines, parce que la plus forte partie d'un nombre contient la plus forte partie d'un autre nombre, à peu près autant de fois que le 1er nombre contient le 2e, et nous trouvons qu'il y va 5 fois, mais nous rejetons ce nombre comme trop fort, puisque $369 \times 5 = 1845$, nombre supérieur à 1689 ; nous essayons 4, que nous trouvons bon, vû que $369 \times 4 = 1475$; nous plaçons 4 au quotient, et nous multiplions le diviseur par 4, en écrivant le produit sous 1689 ; la soustraction faite, il reste 213. Ce reste, comme nous venons de le voir, n'appartient point au produit du diviseur 369 par les mille du quotient ; il n'était entré dans la composition du nombre 1689, que par des retenues et par l'addition des produits partiels, et conséquemment aux dépens des autres parties du dividende principal ou produit total ; il doit donc faire partie du 2e dividende partiel, qui contient le chiffre des centaines du quotient. Ainsi, à côté de ce reste, nous abaissons le chiffre qui vient immédiatement après dans le dividende, et nous avons 2132. En 2132 combien de fois 369 ? ou en 21 centaines combien de fois 3 centaines ? au premier coup-d'œil, il semble qu'il y va 7 fois, mais $369 \times 7 = 2583$, nombre supérieur à 2132, ce qui rend la soustraction impossible, et nous prouve que 7 n'est pas le chiffre des centaines du quotient. Si nous pronons 6, nous nous assurons de la même manière que ce chiffre est encore trop fort, et en prenant 4, nous trouvons qu'il est trop petit, parce que, après avoir multiplié 369 par 4, et avoir retranché le produit 1476 de 2132, le reste 656 est plus fort que 369, ce qui montre que le dividende partiel 2132 contient le diviseur une fois de plus. Nous prenons donc 5, qui convient, car $369 \times 5 = 1845$, et, la soustraction faite, il ne reste que 287. Ce reste doit aussi être divisé, mais c'est une partie du produit du diviseur par les dixaines du quotient, laquelle partie avait concouru à la formation du nombre 2132, selon les règles de la multiplication, donc il doit servir à nous faire trouver le chiffre des dixaines de notre quotient. A droite de ce reste, nous descendons les 8 dixaines du

dividende, ce qui nous donne, pour 3e dividende partiel, 2878 dixaines.

En 2878 combien de fois 369 ? ou en 28 centaines combien 3 centaines ? en tâtonnant comme ci-dessus, nous trouvons qu'il y est contenu 7 fois ; nous posons 7 au quotient à droite du 5, nous multiplions 369 par 7 dont le produit est 2583, que nous retranchons de 2878, et nous avons pour 3e reste 295, à côté duquel, nous abaissons les 2 unités du dividende, et nous n'avons qu'à savoir combien de fois 2952 contient 369 ; nous voyons qu'il le contient juste 8 fois, attendu que 8 fois 369 font 2952, nombre égal au dernier dividende, et par conséquent le 4e reste est 0.

De sorte que le quotient cherché est 4578, ainsi qu'on peut s'en assurer en multipliant ce nombre par le diviseur.

Dans la pratique, on n'écrit que les chiffres nécessaires à la formation des dividendes partiels.

Exemple. 3e.	925.6.8.	456
	1368	——
	000	203

Le 1er dividende partiel 925 contenant 2 fois le diviseur 456, on pose 2 au quotient, on multiplie 456 par 2, et au lieu d'écrire le produit, comme nous l'avons fait ci-devant, on le retranche immédiatement, en disant : 2 fois 6 font 12, 12 de 5, on ne peut ; j'emprunte 1 qui vaut 10 et 5 font 15, 12 de 15 reste 3, que je pose sous le 5 et retiens 1 (24 . 25) ; 2 fois 5 font 10, et 1 retenu valent 11 ; 11 de 2, on ne peut ; j'emprunte 1 qui vaut 10 et 2 font 12 ; 11 de 12 reste 1, que je pose sous le 2 et retiens 1 ; 2 fois 4 font 8 et 1 retenu font 9 ; 9 de 9 égale 0.

A côté du reste 13, on abaisse les 6 dixaines du dividende, ce qui fournit le 2e dividende partiel 136 ; mais 136 ne peut pas contenir 456, ce qui prouve que le quotient ne doit pas avoir de dixaines ; alors il faut mettre un 0 au quotient à droite du 2, et ensuite abaisser les 8 unités du dividende, ce qui donne 1368 pour 3e dividende partiel, lequel contient 3 fois le diviseur, et il ne reste rien.

Quand on est obligé d'emprunter 2, 3, 4, etc. on sait qu'ils valent 20, 30, 40, etc.

Les raisonnemens précédens conduisent à cette règle générale : Pour diviser un nombre par un autre, on place le diviseur à droite du dividende, en les séparant par une ligne verticule ; on en tire une autre horizontale sous le diviseur pour le séparer du quotient que l'on écrit dessous. On prend sur la gauche du dividende assez de chiffres pour contenir le divisenr ; on cherche combien de fois cette partie du dividende contient le diviseur, et l'on écrit sous le diviseur le chiffre qui indique ce nombre de fois. On multiplie le diviseur par ce chiffre, en écrivant le produit sous le dividende partiel ; après avoir fait

la soustraction, on abaisse à droite du reste, le chiffre du dividende qui suit la partie déjà divisée, ce qui donne un 2e dividende partiel, sur lequel on opère de la même manière que sur le premier ; et ainsi de suite, jusqu'à ce qu'on ait abaissé tous les chiffres du dividende. Si, après avoir multiplié le diviseur par le chiffre qu'on a mis au quotient, le produit était plus fort que le dividende partiel, ce serait une preuve que ce chiffre est trop fort, et il faudrait l'effacer pour y en mettre un autre. Si, au contraire, le reste de la soustraction était plus fort que le diviseur, ou s'il lui était seulement égal, on conclurait que le chiffre mis au quotient est trop petit, et il faudrait en conséquence l'augmenter. Lorsqu'après avoir abaissé un chiffre, le dividende partiel est trop petit pour pouvoir contenir le diviseur, avant d'abaisser un autre chiffre, il faut mettre un 0 au quotient, afin de conserver aux chiffres trouvés précédemment le rang qu'ils doivent occuper.

1re Question.—Combien 684 mois font-ils d'années ?

Réponse : Puisque une année se compose de 12 mois, il est clair qu'il y aura 12 fois moins d'années que de mois : il faut donc trouver un nombre 12 fois plus petit que 684, c'est-à-dire, décomposer 684 en 12 parties égales : en d'autres termes, il s'agit de chercher le nombre qui, multiplié par 12, donne 684.

Ainsi, en divisant 684 par 12, on trouve 57 ans.

2e Question.—27 aunes de drap ont été payées 405 francs ; combien cela fait-il par aune ?

Réponse : Si l'on connaissait le prix d'une aune, on voit qu'il faudrait répéter ce prix 27 fois pour avoir 405 fr. ; or connaissant le produit 405 et le facteur 27, il est facile de trouver l'autre facteur.

$$405 : 27 = 15 \text{ fr. pour prix demandé.}$$

3e Question.—Un minot de blé coûte 7 francs ; combien en aura-t-on de minots pour la somme de 315 fr. ?

Réponse, 315 : 7 = 45 minots.

4e Question.—On veut partager 17400 louis entre 12 personnes ; quelle sera la part de chacune ?

Réponse, 17400 : 12 = 1450 louis.

5e Question.—Par quel nombre faudrait-il multiplier 725 pour avoir 60175 ?

Réponse, par 83.

Nous pourrions multiplier ces questions à l'infini, mais lorsqu'on a bien compris les 4 opérations que nous venons d'enseigner, il est facile de connaître l'usage qu'on en peut faire.

27. Dans les exemples de division que nous avons pris jusqu'ici, le dividende était le produit de deux nombres *entiers*, par conséquent la division n'a laissé aucun reste, mais cela n'arrive pas toujours. Par exsmple, si l'on propose de diviser 25 par 7, on voit que le quotient tombe entre 3 et 4, puisque 3 fois 7 font 21, et 4 fois 7 égalent 28 ; le quotient sera donc 3, et le reste, 4. C'est-à-dire que, pour avoir 25, il faudrait multiplier 7 par 3, plus par une partie de l'unité : en d'autres termes, 25 doit être considéré comme le produit de 7 par 3, auquel produit on a ajouté 4. Mais ceci ne change rien aux règles que nous avons données. On effectue toujours la division, comme à l'ordinaire, jusqu'à ce qu'on parvienne à un reste moindre que le diviseur. Nous verrons bientôt quel parti on peut tirer de ce reste. N'ou-

blions pas que, dans tout le cours de la division, le dividende est égal au produit du diviseur par le quotient obtenu, plus le reste de la division.

PREUVES DES QUATRE REGLES.

28. La preuve est une seconde opération que l'on fait pour s'assurer de l'exactitude de la première.

On peut vérifier une opération de plus de dix manières, mais nous nous contenterons d'enseigner les plus simples et les plus usitées.

1o. Pour faire la preuve de l'addition, on ajoute de nouveau tous les nombres, mais en commençant par la gauche, et en retranchant successivement la somme de chaque colonne de la somme qu'elle avait fournie la 1re fois ; parvenu à la dernière colonne à droite, si l'addition a été bien faite, on doit avoir 0 pour reste.

Exemple.	1456
	8978
	43507
	5113
Somme,	59054
Preuve,	12120

Après avoir additionné selon les règles du No. 15, on commence par la gauche, en prenant d'abord le 4, qui ôté de 5 donne 1 de reste : c'est le 1 que l'on avait retenu sur les mille, donc il appartient à la somme de la colonne des mille ; il faut le lui restituer, ce qui donne 19 mille.

Additionnant la colonne des mille, on trouve 17 qui ôté de 19 reste 2 : ce sont les 2 que l'on avait retenus sur les centaines, où l'on n'avait mis qu'un 0, ce qui fait donc 20 centaines, mais la colonne des centaines ne fournit qne 19, qui ôtées de 20 laissent 1 de reste, ce qui prouve que l'on avait retenu 10 dixaines dont on avait formé une centaine ; donc 10 dixâines et 5 font 15 ; mais cette colonne n'en donne que 13, lesquelles ôtées de 15 reste 2 provenant des unités, ce qui fait 24 ; cettc colonne donne effectivement 24, et 24 de 24 reste 0, d'où l'on conclut que la 1re opération est bonne ; car, si l'on retranche toutes les parties d'un tout, on doit nécessairement avoir 0 pour reste.

Nous voyons que nous avons trouvé toutes les retenues qui avaient été faites. (*Voyez le No.* 25.)

2o. Pour vérifier la multiplicatinn, il suffit d'effectuer une nouvelle multiplication, en changeant l'ordre des facteurs ; on doit obtenir le même résultat. (*Voir No.* 22.)

On peut encore multiplier le double de l'un des facteurs par la moitié de l'autre ; par exemple, 24 × 18 = 432 ; si l'on multiplie 48, qui est le double de 24, par 9, qui est la moitié de 18, (ou 12, moitié de 24, par 36, double de 18) le produit sera toujours le même. En effet, en prenant pour multiplicande 12, au lieu de 24, on multiplie un nombre la moitie plus petit que le nombre réel, mais en le multipliant par 36 au lieu de le multiplier par 18, on le multiplie par un nombre la moitié plus fort, donc il y a compensation, et le produit doit être le même.

On fait encore la preuve de la multiplication par la division ; en divisant le produit par l'un des facteurs, on doit trouver l'autre facteur (26).

3o. Pour faire la preuve de la soustraction, on ajoute le reste au plus petit nombre, et, si l'opération a été bien faite, la somme doit égaler le plus grand (24 et 25).

Ou bien encore, en retranchant la différence du plus fort nombre, on doit trouver le plus petit.

4o. Pour faire la preuve de la division, il faut multiplier le diviseur par le quotient ; le produit doit être égal au dividende (26).

Mais si la division a laissé une reste, après avoir multiplié le diviseur par le qnotient, pour avoir le dividende, il faut ajouter le reste au produit (27).

Cependant il ne faut pas trop compter sur ces vérifications, car on peut commettre des errenrs dans la seconde opération aussi bien que dans la 1re, et il est possible que ces erreurs se compensent : la preuve ne sert donc qu'à donner une grande probabilité de l'exactitude du 1er résultat.

DE LA DIVISIBILITE' DES NOMBRES.

29. Nous aurions beaucoup de choses à démontrer ici, mais dans un ouvrage élémentaire, il n'est pas possible de tout dire. Bornons-nous à faire quelques remarques sur la divisibilité des nombres, lesquelles seront fort utiles par la suite, et nons fourniront souvent les moyens d'abréger considérablement les calculs.

1o. *Tout nombre terminé à droite par un des chiffres* 0, 2, 4, 6, 8, *est divisible par* 2. En effet, tout nombre se compose de dixaines et d'unités ; or, les dixaines étant divisibles par 2, si le chiffre des unités est aussi divisible par 2, le nombre doit necessairement être divisib'e par 2.

Ainsi les nombres 6, 10, 12, 14, ... 18, 22, 4758, etc. sont divisibles par 2. Tout nombre jouissant de cette propriété est dit *nombre pair*.

Les nombres 7, 9, 11, ... 21, etc. ne sont pas divisibles par 2 ; c'est pour cela qu'on les appelle *nombres impairs*.

2o. *Lorsque les 2 derniers chiffres à droite d'un nombre forment un multiple de 4, le nombre est divisible par* 4. En effet, tout nombre se compose de centaines, de dixaines et d'unités ; les centaines sont divisibles par 4 ; donc,

si le chiffre des dixaines et celui des unités sont divisibles par 4, tout le nombre le sera aussi. Par exemple, 7924 est divisible par 4, parceque 7924 = 7900 + 24 ; or 7900 et 24 sont les deux parties de 7924, et comme ces deux parties sont des multiples de 4, 7924 a aussi 4 pour facteur.

3o. T*out nombre composé de plus de* 3 *chiffres est divisible par* 8, *si les* 3 *chiffres qui expriment les centaines, les dixaines et les unités, forment un multiple de* 8, parceque un nombre qui a plus de 3 chiffres se compose de mille, de centaines, de dixaines et d'unités ; or les mille ont pour facteur le nombre 8 ; donc si les 3 derniers chiffres sont un multiple de 8, un nombre composé de 4, 5, 6, 7, 8, ... 13 chiffres sera divisible par 8.

Tels sont, par exemple, les nombres 9112, 785120, 3174124, etc. Pour connaître si un nombre est divisible par 8, on essaie de diviser les 3 chiffres à droite par 8, et si la division ne laisse aucun reste, il est certain que tout le nombre est exactement divisible par 8.

5o. *Les nombres terminés à droite par* 0 *ou par* 5, *sont divisibles par* 5.

En effet, en divisant un nombre quelconque par 5, le reste ne peut pas être au-dessus de 4 (26) ; si les dixaines laissent un reste, il ne pourra donc valoir que 10, 20, 30, 40, si le chiffre des unités est un 0 ; et si c'est un 5, on aura, pour dernier dividende partiel, un des nombres 15, 25, 35, 45 ; or tous ces nombres sont divisibles par 5 ; donc tout nombre terminé à droite par 0 ou par 5, est divisible par 5.

6o. *Si la valeur absolue des chiffres qui composent un nombre forme une somme divisible par* 9, *le nombre lui-même est divisible par* 9. Ainsi 2 6 7 3 et 5 4 9 6 3 sont divisibles par 9, parce que, dans le 1er, la somme des chiffres est 18, qui admet 9 pour diviseur ; que les chiffres du 2e donnent 27 qui est aussi divisible par 9.

La raison en est bien simple : chaque dixaine est égale à 9 + 1 ; chaque centaine, à 99 + 1 ; chaque mille est égal à 999 + 1 ; et ainsi de suite. Or, il est aisé de voir qu'un nombre quelconque est un multiple de 9 augmenté d'autant d'unités qu'il y en a dans la somme des chiffres qui composent ce nombre : donc, si ce nombre d'unités que laisseront nécessairement les divisions partielles, est divisible par 9, le nombre proposé le sera aussi.

Pour rendre cette démonstration plus sensible, observons que le nombre 2673. par exemple, peut se décomposer de la manière suivante : 2000, 600, 70, 3. La 1re partie, divisée par 9, laisse 2 de reste ; la 2e, 6 ; et la 3e, 7. Ces 3 restes réunit avec la 4e partie, égalent la somme des chiffres du nombre 2673, c'est-à-dire 18. Mais le nombre déjà décomposé peut encore se décomposer ainsi qu'il suit :

$$1000 + 1000, + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100, +$$
$$10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10, + 3.$$

La réunion de toutes ces parties égale le nombre proposé. Or chacune des 15 1res parties, divisée par 9, donne 1 de reste, il est facile de le voir ; il y aura donc 15 unités de reste, lesquelles ajoutées avec la 16e partie forment 18, etc.

Donc, puisque le reste est divisible par 9, le nombre proposé admet ce même diviseur.

7o. *Ce que nous venons de dire à l'égard du nombre* 9, *s'applique aussi au nombre* 3, et la démonstration est à peu près la même.

Mais remarquons de plus que, 9 étant un multiple de 3, *tout nombre divisible par* 9 *l'est aussi par* 3, quoique tout nombre divisible par 3 ne le soit pas par 9.

8o. *Enfin lorsqu'un nombre divise toutes les parties d'une somme, il divise cette somme*, parceque le quotient fourni par la division de la somme se com-

pose de tous les quotiens que l'on obtient en divisant ses diverses parties par le même diviseur. Par exemple, 18, 24, 12, 30, 42, 36, étant divisibles par 6, il est certain que la somme 162, provenant de tous ces nombres, est aussi divisible par 6.

9. Pour connaître si un nombre est divisible par 10, 100, 1000, etc. voyez le No. 12.

Nota.—Tout nombre est divisible par lui-même, et donne 1 pour quotient; mais il n'est jamais divisible par un nombre plus grand que sa moitié.

DES FRACTIONS ORDINAIRES.

30. On appelle *nombre entier* celui qui se compose exactement d'un certain nombre d'unités; tels sont les nombres que nous avons considérés jusqu'ici. Mais il arrive souvent qu'un nombre est composé d'unités et de parties d'unités, c'est-à-dire de quantités plus petites que l'unité.

Par exemple, ainsi que nous l'avons remarqué (27), si l'on divise 25 par 7, le quotient véritable se trouvant entre 3 et 4, plus grand que 3 et moindre que 4, ne peut être déterminé par un nombre entier seul; il faut ajouter à ce quotient des portions d'unité qu'on appelle *fraction.* De sorte que, le quotient se composera d'un nambre *entier* et d'une *fraction.* Pour avoir le nombre des parties d'unité nécessaires pour compléter le quotient, il faut supposer chaque unité du reste de la division, partagée en autant de parties égales qu'il y a d'unités dans le diviseur, et ensuite, en prendre une sur chaque partie. Dans notre exemple, chaque unité du reste 4 sera donc partagée en 7 parties égales, que l'on indique de cette manière $\frac{4}{7}$, et se prononce *quatre septièmes*, ou 4 *divisé par* 7. Remarquons que $\frac{4}{7}$ est la même chose que $\frac{1}{7}+\frac{1}{7}+\frac{1}{7}+\frac{1}{7}$.

Ainsi le quotient de 25 par 7 est $3\frac{4}{7}$, qui s'énonce 3 *unités* et 4 *septièmes.*

Nous voyons donc qu'une fractton se représente par 2 nombres que l'on écrit l'un au-dessus de l'autre, en les séparant par une ligne. Le nombre inférieur indique en combien de parties chaque unité est partagée, et se nomme *dénominateur;* le nombre supérieur fait connaître combien on prend de ces parties, et il s'appelle *numérateur.*

Le numérateur et le dénominateur sont les *deux termes* de la fraction.

Lorsqu'on veut énoncer une fraction par la parole, on énonce d'abord le numérateur comme tout autre nombre, et ensuite le dénominateur, de la même manière, observant de lui donner la

terminaison *ième*, toutes les fois qu'il passe 4. Ainsi, l'on dit, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{4}{9}$, *un cinquième, deux sixièmes, quatre neuvièmes.* Quand l'unité n'est partagée qu'en 2, 3, 4 parties, il faut dire, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, *un demi* ou *la moitié, deux tiers, trois quarts.*

D'après cela une fraction peut être considéré comme une division indiquée, dont le numérateur est le dividende, et le dénominateur, le diviseur.

Nous voyons, de plus, que les fractions sont des quantités plus petites que l'unité ; mais les calculs conduisent quelquefois à des expressions de même forme que les fractions, plus grandes que l'unité, ou égales à l'unité : alors ce ne sont plus des fractions, ce sont des *nombres fractionnaires.* $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$ sont des fractions ; $\frac{4}{4}$ indique que l'unité est partagée en 4 parties, et qu'on les prend toutes. Enfin toutes les fois que les deux termes d'une fraction sont égaux, c'est la même chose que 1. $\frac{7}{5}$ est encore une expression fractionnaire, qui vaut 1 unité et $\frac{2}{5}$.

Cependant nous désignerons ces sortes de nombres sous le nom générique de fractions.

Les opérations que l'on effectue sur les fractions reposent presque toutes sur les principes suivants, qu'il importe de bien saisir et de bien retenir.

OPERATIONS QUI CHANGENT LA VALEUR D'UNE FRACTION.

31. 1o. *Quand on multiplie le numérateur d'une fraction par 2, 3, 4, etc., sans changer le dénominateur, cette fraction devient 2, 3, 4, etc. fois plus forte.* En effet, le numérateur indiquant combien de parties on prend de l'unité, et le dénominateur, en combien de parties l'unité est partagée, si le numérateur devient un certain nombre de fois plus grand, on prend un plus grand nombre de ces parties ; le dénominateur restant le même, l'unité sera toujours partagée en un même nombre de parties, donc ces parties seront plus grandes. Par exemple, si nous multiplions le numérateur de la fraction $\frac{3}{11}$ par 2, nous avons $\frac{6}{11}$, nouvelle fraction 2 fois plus forte que $\frac{3}{11}$.

2o. *Si l'on devise le dénominateur d'une fraction par un nombre entier quelconque, sans changer le numérateur, la fraction deviendra encore un certain nombre de fois plus forte.* En effet, le numérateur restant le même, on aura toujours le même nombre de parties, donc elles seront plus grandes, et la fraction sera par conséquent augmentée. Soit la fraction $\frac{1}{12}$; en divisant le dénominateur par 4, nous avons $\frac{1}{3}$, qui vaut 4 fois plus que $\frac{1}{12}$.

Nous voyons, d'après cela, qu'on peut multiplier une fraction

par un entier de 2 manières : en multipliant le numérateur ou en divisant le dénominateur par l'entier.

Ainsi $\frac{1}{12} \times 4 = \frac{4}{12}$ ou $\frac{1}{3}$; ees deux produits sont exactement les mêmes.

Si l'on a bien compris les deux principes précedens, il est facile de voir qu'en divisant le numérateur d'une fraction par un nombre entier, sans changer son dénominateur, ou en multipliant le dénominateur, sans changer le numérateur, on rend la valeur de la fraction un certain nombre de fois plus petite. De là, encore deux moyens de diviser une fraction par un nombre entier. Soit proposé de diviser $\frac{8}{9}$ par 4 : multipliant le dénominateur par 4, on a pour quotient $\frac{8}{36}$; en divisant le numérateur par 4, on aura $\frac{2}{9}$, et ces 2 quotiens sont parfaitement les mêmes.

32. *Il résulte des principes établis, que la multiplication ou la division simultanée des deux termes d'une fraction par le même nombre, ne change pas la valeur de cette fraction.*

Par exemple, si nous multiplions les deux termes de la fraction $\frac{3}{4}$ par 7, nous aurons $\frac{21}{28}$, qui est la même chose que $\frac{3}{4}$. En multipliant le numérateur par 7, nous rendons la fraction 7 fois plus grande, il est vrai, mais en multipliant le dénominateur aussi par 7, nous la rendons le même nombre de fois plus petite, donc il y a compensation, et la fraction est toujours la même.

Nous conclurons de là, qu'on peut écrire une fraction d'une infinité de manières. Cette dernière propriété nous fournit le moyen de *réduire plusieurs fractions au même dénominateur.*

REDUCTION DES FRACTIONS AU MEME DENOMINATEUR.

33. Pour réduire deux fractions au même dénominatenr, il faut multiplier les 2 termes de chacune d'elles par le dénominateur de l'autre. Soit $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{5}$: je multiplie les 2 termes de la 1re. par 5, les 2 termes de la 2e. par 3, et j'ai $\frac{10}{15}$ et $\frac{12}{15}$; ces deux fractions sont les mêmes que $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ (32).

En général : *pour réduire plusieurs fractions au même dénominateur, il suffit de multiplier les deux termes de chaque fraction par le produit des dénominateurs de toutes les autres fractions.* En opérant ainsi, on ne change pas la valeur des fractions, et il est clair qu'on doit avoir un dénominateur commun, car le dénominateur de chaque fraction sera le produit du même nombre de facteurs, et les produits qui résultent des mêmes facteurs, quoique multipliés dans un ordre différent, ne changent jamais (23).

Par exemple, s'il s'agit de réduire $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{7}$ à un dénominateur commun, je forme le produit de 4 par 7, qui est 28, et je multi-

plie les 2 termes de $\frac{2}{5}$ par ce produit ; ensuite je multiplie aussi les 2 termes de $\frac{3}{4}$ par 35, qui est le produit de 5 × 7 ; enfin je multiplie les 2 termes de $\frac{6}{7}$ par 20 provenant de 4 × 5 ; j'obtiens ainsi les 3 nouvelles fractions $\frac{56}{140}$, $\frac{105}{140}$, $\frac{120}{140}$.

On peut encore multiplier les 2 termes de la 1re. fraction par 4, ce qui donne $\frac{8}{20}$, dont on multipliera encore les 2 termes par 7 et l'on aura $\frac{56}{140}$, etc. : cela revient toujours au même (23).

Si l'on a les 3 fractions $\frac{1}{12}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{24}$ à réduire au même dénominateur, on voit qu'il suffit de multiplier les 2 termes de la 1re par 2, et les deux termes de 2e, par 4, sans rien changer à la 3e, ce qui donne $\frac{2}{24}$, $\frac{20}{24}$, $\frac{7}{24}$.

Soient encore les fractions $\frac{7}{9}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{36}{54}$, $\frac{9}{27}$: peu importe le moyen que l'on emploie pour ramener les fractions au même dénominateur, pourvu qu'on puisse le faire sans en changer la valeur ; or ici, les 2 premières ayant déjà le même dénominateur, il n'y a qu'à diviser les 2 termes de la 3e. par 6, les 2 termes de la 4e. par 3 (32), et nous aurons $\frac{7}{9}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{3}{9}$.

Lorsque parmi les fractions proposées, il se trouve un dénominateur divisible par tous les autres dénominateurs, on peut opérer de la manière suivante.

Soient, ...	$\frac{1}{2}$,	$\frac{2}{3}$,	$\frac{3}{4}$,	$\frac{5}{6}$,	$\frac{11}{12}$,	$\frac{13}{24}$,
	12,	8,	6,	4,	2,	1,
Fractions réduites,	$\frac{12}{24}$,	$\frac{16}{24}$,	$\frac{18}{24}$,	$\frac{20}{24}$,	$\frac{22}{24}$,	$\frac{13}{24}$.

Puisque 24 est divisible par chaque dénominateur, je divise 24 par chacun des dénominateurs, et j'écris le quotient au-dessous de chaque fraction, ainsi qu'on le voit ci-dessus ; je multiplie les deux termes de chaque fraction par le nombre écrit au-dessous, et j'ai de nouvelles fractions qui ont toutes pour dénominateur 24. (*Voyez le No.* 26).

Si le plus grand des dénominateurs des fractions à réduire n'est pas divisible par tous les autres, on prend le plus petit nombre divisible par tous les dénominateurs, et l'on opère comme nous venons de le faire.

Example. Soient les fractions $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{11}{18}$, $\frac{1}{4}$.

Le plus petit nombre divisible par tous les dénominateurs, étant 36, les fractions réduites sont $\frac{30}{36}$, $\frac{21}{36}$, $\frac{24}{36}$, $\frac{4}{36}$, $\frac{22}{36}$, $\frac{9}{36}$.

SIMPLIFICATION DES FRACTIONS.

34. D'après ce que nous avons dit au No. 32, on peut exprimer les fractions d'une infinité de manières, mais il est plus avantageux de les écrire par les plus petits nombres possibles ; par exemple, les fractions $\frac{3}{4}$, $\frac{15}{20}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{18}{24}$, sont toutes les mêmes; mais la fraction $\frac{3}{4}$ est beaucoup plus simple, parce que le numérateur et le dénominateur étant plus petits, on se forme plus aisément l'idée de la valeur de la fraction.

Soit proposé de simplifier la fraction $\frac{45}{90}$; en nous rappelant ce que nous avons démontré (29), nous voyons que les deux termes de cette fraction sont divisibles par 5, et si nous effectuons cette division, nous aurons $\frac{9}{18}$; comme les 2 termes de celle-ci sont encore divisibles par 9, il vient $\frac{1}{2}$.

Soit encore $\frac{108}{729}$: divisant les 2 termes par 9, on a $\frac{12}{81}$, fraction égale à $\frac{108}{729}$, mais plus simple : 12 et 81 sont encore divisibles par 3, et, fesant l'opération, on obtient $\frac{4}{27}$. Les 2 termes de cette fraction n'ayant plus de facteur commun, elle ne peut plus être simplifié ; c'est pour cela qu'on l'appelle fraction *irréductible.* $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{11}$, sont aussi irréductibles.

On appelle *nombre premier* celui qui ne peut être divisé par aucun autre nombre ; 3, 5, 7, 11, 13, etc. sont premiers entre eux.

Observons qu'un nombre divisible plusieurs fois de suite par d'autres nombres, est divisible par le produit de ces mêmes nombres : ainsi 108 et 729 étant divisibles par 9, et ensuite le quotient par 3, ces deux nombres sont divisibles par 9×3 ou 27. C'est une conséquence du No. 23.

Quoique le numérateur et le dénominateur d'une fraction n'offrent aucun des caractères de divisibilité dont nous avons parlé (29), on ne doit pas conclure qu'ils ne soient pas divisibles par un autre nombre ; mais les remarques qu'il faudrait faire pour découvrir les cas où les nombres sont divisibles par d'autres nombres que par 2, 3, 4, 5, 8, 9, étant fort compliquées, et ne pouvant convenir qu'à des cas particuliers, il est bon d'avoir une méthode qui nous fasse connaître le commun diviseur, s'il existe, ou qui nous montre que les 2 termes n'ont pas de commun diviseur, si la fraction est irréductible.

DU PLUS GRAND COMMUN DIVISEUR.

35. On appelle *plus grand commun diviseur* le plus grand nombre qui en divise exactement deux autres.

Soit $\frac{126}{336}$: Puisqu'il s'agit de trouver un nombre qui divise en

même tems 126 et 336, il est clair que ce nombre ne peut pas être au-dessus de 126, car, dans ce cas, il ne diviserait pas 126. Mais 126, se divisant lui-même, pourrait être le plus grand commun diviseur, s'il divisait 336. Divisons donc 336 par 126. Le quotient est 2, et il reste 84 : 126 n'est donc pas le commun diviseur de 126 et 336. Rappelons-nous que le diviseur multiplié par le quotient, plus le reste, égale le dividende (27).

Ainsi, $126 \times 2 = 252 + 84 = 336$. Donc, si 84 divisait 126, il diviserait aussi 336, puisque 336 se compose de 2 fois 126 plus 84 ; dans ce cas, 84 serait par conséquent le commun diviseur cherché ; mais 126 divisé par 84 donne 1 pour quotient et 42 de reste ; donc il n'est pas non plus le commun diviseur. Si 42 divisait 84, il diviserait aussi 126 et 336 ; car 126 = 1 fois 84 + 42 ; et 336 = 2 fois 126 + 84 (27).

Divisant 84 par 42, le quotient est 2 et le reste, 0. D'où nous concluons que 42 est le plus grand commun diviseur de 336 et de 126. Si l'on simplifie la fraction $\frac{126}{336}$, en divisant les 2 termes par 42, elle deviendra $\frac{3}{8}$.

En général : Pour trouver le plus grand diviseur commun de 2 nombres, on divise le plus grand par le plus petit ; si la division se fait sans reste, le plus petit nombre sera le plus grand commun diviseur cherché ; s'il y a un reste, on divise le plus petit des nombres proposés par ce 1er reste ; si le reste de cette division est 0, le 1er reste est le diviseur cherché ; dans le cas contraire, on divise le 1er reste par le 2e, et si le 3e reste est 0, le 2e est le diviseur demandé.

Enfin, si après avoir continué à diviser les restes successifs les uns par les autres, on parvient au reste 1, il faut conclure que les 2 nombres n'ont pas de diviseur commun, et alors la fraction ne saurait être simplifiée.

Remarque très-utile.—La simplification sert non seulement à réduire les fractions à des expressions plus simples, mais encore à abréger considérablement certaines divisions.

Par exemple, si j'avais 95000 à diviser par 2500, je vois que le dividende et le diviseur peuvent tous les deux être divisés par 100 ; il n'y a qu'à supprimer deux 0 à droite des 2 nombres proposés (12) ; alors, je n'aurai que 950 à diviser par 25, et le quotient sera exactement le même que celui de 95000 par 2500. En effet, je prends un dividende 100 fois plus petit que le véritable, mais en rendant aussi mon diviseur 100 fois plus petit, il y a compensation, donc les quotient ne doit pas changer. Mais 950 et 25 sont encore divisibles par 5, de sorte que ma division se réduit à 190 divisé par 5, et le quotient est 38.

EXTRACTION DES ENTIERS.

36. Toutes les fois que le numérateur d'une fraction surpasse son dénominateur, elle contient des entiers : pour les extraire, il suffit de diviser le numérateur par le dénominateur.

Soit la fraction $\frac{72}{9}$, en divisant 72 par 9, on a 8 unités ; telle est la valeur de la fraction.

Pareillement $\frac{750}{25} = 30$; $\frac{15}{4} = 3$ et $\frac{3}{4}$, etc. Lorsqu'on a fini la division, s'il y a un reste, on l'écrit à droite du quotient, et on lui donne le diviseur pour dénominateur. Ainsi le quotient de 65 par 4 est 16 $\frac{1}{4}$.

ADDITION DES FRACTIONS.

37. *Pour additionner plusieurs fractions qui ont le même dénominateur, on ajoute tous les numérateurs, et l'on écrit sous la somme le dénominateur commun.* Ainsi la somme des fractions $\frac{1}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{2}{7}$, est $\frac{6}{7}$.

Mais si les fractions à ajouter ont des dénominateurs différens, pour pouvoir les réunir, il faut préalablement les réduire au même dénominateur, parce que deux ou plusieurs quantités, quelles qu'elles soient, pour pouvoir être comparées, doivent avoir une commune mesure, c'est-à-dire, être de même espèce. On ne peut additionner $\frac{3}{4}$ et $\frac{2}{5}$, car dans la 1re de ces deux fractions, l'unité n'est partagée qu'en 4 parties, et dans la 2e. elle est partagée en 5. Il faut donc transformer ces 2 fractions aux équivalentes, $\frac{15}{20}$, $\frac{8}{20}$, et ensuite opérer comme dans le cas précédent ; ce qui donne $\frac{23}{20}$. Extrayant les entiers, on a 1 $\frac{3}{20}$.

Soient encore les fractions $\frac{2}{9}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{3}$; en les réduisant au même dénominateur, il vient $\frac{4}{18}$, $\frac{3}{18}$, $\frac{12}{18}$, et, formant la somme des numérateurs, à laquelle on donne le dénominateur commun, on a pour la somme des 3 fractions $\frac{19}{18}$, ou 1 $\frac{1}{18}$.

Remarque.—Pour bien comprendre cela, n'oublions pas que $\frac{4}{18}$ veut dire, 4 divisé par 18 ; $\frac{3}{18}$ indique aussi le quotient de 3 par 18, et $\frac{12}{18}$, celui de 12 par 18.

Or, si nous pouvions effectuer chacune de ces divisions indiquées, il est évident que nous n'aurions qu'à réunir les 3 quotiens, pour en avoir la somme ; mais ces divisions ne pouvant se faire, attendu que le dividende est plus petit que le diviseur, on se contente de les indiquer ; et puisque nous avons la faculté de ramener toutes ces divisions à avoir le même diviseur, sans les changer (32), nous réunissons tous les dividendes, et, au lieu de 3 divisions indiqués, nous n'en avons qu'une, et par conséquent qu'une seul quotient, puisque nous divisons tous les nombres à la fois. C'est-à-dire, que nous indiquons 3 divisions en une seule. En d'autres termes, nous additionnons les quotiens avant que les divisions soient faites.

Par exemple, soient les 3 nombres entiers 36, 48, 16, à diviser par le même nombre 4 ; on peut diviser chacun d'eux par 4, et l'on a

$$\begin{aligned} 36 : 4 &= 9 \\ 48 : 4 &= 12 \\ 16 : 4 &= 4 \\ \text{et } 100 : 4 &= 25 \end{aligned}$$

En ajoutant ces 3 quotiens, on a 25. Mais si l'on divise par 4 la somme des 3 nombres proposés, qui est 100, on obtient le quotient 25 par une seule division, ce que l'on ne pourrait pas faire, si les diviseurs étaient différens. Donc, pour pouvoir ajouter plusieurs fractions, il faut qu'elles aient le même dénominateur, etc.

C'est le contraire de la remarque No. 23.

Cette démonstraction n'a été faite par aucun auteur que je sache, mais j'ai appris, par de nombreuses expériences, qu'elle est absolument nécessaire : les élèves ne comprennent pas pourquoi on additionne les numérateurs sans additionner les dénominateurs.

38. Quand les nombres entiers à ajouter sont accompagnés de fractions, on additionne d'abord les fractions, selon les règles que nous avons données, et s'il y a des entiers, on les extrait pour les joindre à la somme des nombres entiers, que l'on additionne comme à l'ordinaire.

Ainsi, pour réunir 12 $\frac{2}{7}$, 4 $\frac{5}{7}$, 8 $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, je forme la somme des fractions, ce qui me donne $\frac{16}{7}$; cette fraction contient 2 unités et $\frac{2}{7}$; j'ajoute ces 2 unités à la somme des nombres entiers, et j'ai pour la somme totale 26 $\frac{2}{7}$.

On peut parvenir au même résultat, en mettant les entiers sous une forme fractionnaire ; pour cela, il suffit de donner 1 pour dénominateur à chaque nombre entier, de cette manière $\frac{12}{1}$, $\frac{4}{1}$, $\frac{8}{1}$; cela ne change pas les entiers, car chacun des nombres 12, 4, 8, divisé par 1 donnera toujours 12, 4, 8. Mais il faut réduire ces 3 dernières fractions au même dénominateur que les autres ; à cet effet, il n'y a qu'à multiplier les 2 termes de chacune d'elles par le dénominateur commun des autres, c'est-à-dire par 7, et nous aurons $\frac{84}{7}$, $\frac{28}{7}$, $\frac{56}{7}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{2}{7}$; la somme est $\frac{184}{7}$ ou 26 $\frac{2}{7}$.

39. On peut encore reduire les entiers en fractions de la même espèce que celle qui les accompagne ; il faut pour cela multiplier l'entier par le dénominateur, ajouter au produit le numerateur de la fraction, et lui donner le même dénominateur.

S'il s'agit d'additionner 5 $\frac{1}{2}$, 3 $\frac{5}{6}$, on dit : 2 fois 5 font 10, et 1 font $\frac{11}{2}$; 6 fois 3 font 18, et 5 valent $\frac{23}{6}$; En réduisant ces deux fractions au même dénominateur, on obtient $\frac{33}{6}$, $\frac{23}{6}$, dont la somme est $\frac{56}{6}$, on peut simplifier cette fraction en divisant les 2 termes par 2 (29 et 34), ce qui donne $\frac{28}{3}$ ou 9 $\frac{1}{3}$ (36).

Soit encore proposé de réduire 4 en cinquièmes : je n'ai qu'à multiplier 4 par 5, et à donner au produit le dénominateur 5, ce qui fait $\frac{20}{5}$.

Cela s'appelle *réduire un entier en fraction d'une espèce donnée.* Cette transformation ne change point l'entier, car si l'on rend un nombre 5 fois plus fort en le multipliant par 5, en le di-

visant ensuite par le même nombre, on le rend 5 fois plus petit ; dans $\frac{20}{5}$, on trouvera toujours 4, etc.

1re *Question.*—Sur une pièce de toile, on a vendu 2 verges $\frac{3}{4}$, plus $\frac{7}{8}$, plus 4 v. $\frac{1}{2}$, plus $\frac{3}{8}$; combien cela fait-il en tout ?

Réponse, 8 verges et $\frac{1}{2}$.

2e *Question.*—12 gallons, plus $\frac{2}{3}$, plus 5 $\frac{1}{4}$, plus $\frac{1}{2}$, plus $\frac{5}{6}$; combien cela fait-il de gallons ?

Réponse, 19 gallons $\frac{1}{4}$.

3e. *Question.*—4 livres $\frac{1}{2}$, plus 5 liv. $\frac{3}{4}$, font 10 liv. $\frac{1}{4}$.

SOUSTRACTION DES FRACTIONS.

40. Pour pouvoir retrancher une fraction d'une fraction, il faut que les deux fractions aient le même dénominateur (37). Cela etant, on retranche le numérateur de la plus petite du numérateur de la plus forte, et l'on écrit le dénominateur commun sous la différence.

$\frac{3}{7}$ ôtés de $\frac{5}{7}$ reste $\frac{2}{7}$.

Mais si l'on veut ôter $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$, en réduisant ces 2 fractions au même dénominateur, on a $\frac{10}{15}$ à ôter de $\frac{12}{15}$, et il reste $\frac{2}{15}$.

Si les fractions sont jointes à des entiers, on peut réduire les entiers en fraction de la même espèce qne celle qui les accompagne (39), et l'on n'a plus qu'une fraction à retrancher d'une autre. Ainsi, 8 $\frac{2}{3}$ à ôter de 12 $\frac{3}{4}$, se réduit à $\frac{26}{3}$ ôtés de $\frac{51}{4}$; réduisant au même dénominateur, il vient $\frac{104}{12}$ à ôter $\frac{153}{12}$, et il reste $\frac{49}{12}$, ou 4 $\frac{1}{12}$.

On peut aussi soustraire séparément les entiers et les fractions, comme nous l'avons fait dans l'addition (38). Soit 15 $\frac{2}{7}$ à ôter de 18 $\frac{5}{7}$; je retranche 15 de 18 et $\frac{2}{7}$ de $\frac{5}{7}$; reste 3 et $\frac{3}{7}$.

Mais si j'ai à retrancher 15 $\frac{5}{7}$ de 18 $\frac{2}{7}$, je ne puis retrancher $\frac{5}{7}$ de $\frac{2}{7}$, puisque $\frac{2}{7}$ est moindre que $\frac{5}{7}$; dans ce cas, je prends une unité sur 18, laquelle je réduis en septième, en disant 7 fois 1 font $\frac{7}{7}$, et $\frac{2}{7}$ que j'avais déjà font $\frac{9}{7}$, et 18 ne vaudra plus que 17 ; Alors mon opération est ramenée à celle-ci : 15 $\frac{5}{7}$ ôtés de 17 $\frac{9}{7}$ reste 2 $\frac{4}{7}$.

Pour soustraire une fraction d'un nombre entier, il faut mettre l'entier sous la forme d'une fraction, en lui donnant 1 pour dénominateur (38), ce qui conduit à retrencher une fraction d'une fraction.

Soient $\frac{7}{9}$ à ôter de 5 unités : on a $\frac{7}{9}$ à ôter de $\frac{5}{1}$; réduisant au même dénominateur, il vient

$\frac{7}{9}$ ôtés de $\frac{45}{9}$ reste $\frac{38}{9}$, ou 4 $\frac{2}{9}$.

1re *Question.*—Un flacon plein pèse $\frac{3}{4}$ de livre : le flacon vide pèse $\frac{2}{3}$ de livre : on demande le poids du liquide que contenait le flacon ?

Il faut ôter $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$, et l'on a $\frac{1}{12}$ de livre.

2e *Question.*—Une pièce de drap contenait 48 aunes $\frac{7}{8}$; on a vendre $32\frac{1}{2}$; combien en reste-t-il ?

Réponse, $16\frac{3}{8}$.

3e *Question.*—Qnelle fraction faudrait-il ajoutter à $\frac{2}{7}$ pour avoir $\frac{7}{9}$?

Réponse, $\frac{31}{63}$ (24 et 25).

N. B.—Il n'est pas toujours aisé de voir au premier coup d'œil si une fraction est plus grande ou plus petite qu'une autre ; pour s'en assurer, il suffit de les réduire au même dénominateur.

$$\text{Soient } \frac{2}{5}, \frac{1}{4}, \frac{3}{7}, = \frac{56}{140}, \frac{35}{140}, \frac{60}{140}.$$

Je vois, par les numérateurs, que $\frac{2}{5}$ valent plus que $\frac{1}{4}$, et que $\frac{3}{7}$ est la plus forte des 3 fractions, et par conséquent celle qui a le plus de valeur.

MULTIPLICATION DES FRACTIONS.

41. Soit à multiplier $\frac{2}{3}$ par $\frac{4}{5}$. Pour bien comprendre la multiplication des fractions, rappelons-nous ce que nous avons dit aux Nos. 16 et 17, et rendons-nous bien familière cette définition : la multiplication est une opération par laquelle on prend un nombre autant de fois qu'il est indiqué par le multiplicateur.

Or, si le multiplicateur est 1, 2, 3, 4, etc., il faut prendre le multiplicande 1, 2, 3, etc fois, et le produit sera 1 fois, le multiplicande, ou 2, 3, 4, etc. fois plus fort. Si le multiplicateur est la moitié de l'unité, le produit doit être la moitié du multiplicande ; $8 \times \frac{1}{2} = 4$. Enfin, le multiplicateur étant $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{7}$, etc. le produit sera les $\frac{2}{3}$, les $\frac{3}{4}$, les $\frac{6}{7}$, etc. du multiplicande. D'après cela, $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ veut dire qu'il faut prendre les $\frac{4}{5}$ de $\frac{2}{3}$, ce qui donnera une fraction beaucoup plus petite que $\frac{2}{3}$. Si nous connaissions le cinquième $\frac{2}{3}$, nous n'aurions qu'à prendre ce 5e. 4 fois pour avoir 4 cinquièmes : or, nous avons vu au No. 31, comment on peut avoir le 5e. de $\frac{2}{3}$; il n'y a qu'à diviser cette fraction par 5, en multipliant le dénominateur par 5, ce qui donne $\frac{2}{15}$ pour le 5e. de $\frac{2}{3}$; mais puisque nous avons trouvé le 5e. de $\frac{2}{3}$, il est facile d'en avoir les $\frac{4}{5}$; il faut, pour cela, multiplier $\frac{2}{15}$ par 4, ce qui nous donnera $\frac{8}{15}$: tel est le produit de $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$.

Donc, *pour multiplier une fraction par une autre, il suffit de multiplier les numérateurs et les dénominateurs entre eux ;* le produit est ce qu'on appelle *une fraction d'une autre fraction.*

Si l'on veut avoir le produit des fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, on multiplie d'abord $\frac{1}{2}$ par $\frac{3}{4}$ et l'on a $\frac{3}{8}$; multipliant $\frac{3}{8}$ par $\frac{2}{5}$, il vient $\frac{6}{40}$ ou $\frac{3}{20}$.

42. Quand on a des entiers joints à des fractions à multiplier par des entiers et des fractions, on réduit les entiers en fractions, et alors on n'a qn'une fraction à multiplier par une fraction (39).

Soit à multiplier 12 $\frac{1}{5}$ par 7 $\frac{3}{4}$; l'opération se réduit à $\frac{61}{5} \times \frac{31}{4}$, et le produit est $\frac{1891}{20}$, ou 94 $\frac{11}{20}$.

Observons que l'on ne peut pas ici multiplier séparément les entiers et les fractions, quoique l'on puisse opérer de cette manière dans l'addition et la soustractions des fractions, parceque 12 doit non seulement être multiplié par 7, mais encore par $\frac{3}{4}$. D'un autre côté, 7 doit non seulement multiplier 12, mais encore $\frac{1}{5}$; enfin, $\frac{3}{4}$ doit multiplier et 12 et $\frac{1}{5}$. Si l'on multipliait 12 par 7, et $\frac{1}{5}$ par $\frac{3}{4}$, on n'aurait, pour produit, que 84 $\frac{3}{20}$, au lieu de 94 $\frac{11}{20}$, ce qui serait un grande erreur.

Cependant l'observation que nous venons de faire nous montre qu'il n'est pas absolument nécessaire de réduire les entiers en fractions, pour pouvoir faire ces sortes de multiplications : En effet, si nous multiplions d'abord 12 par 7, ensuite 12 par $\frac{3}{4}$, et puis $\frac{1}{5}$ par 7, et encore $\frac{1}{5}$ par $\frac{3}{4}$, nous obtiendrons 4 produits partiels, comme on le voit ci-après :

$$\begin{aligned} 12 \times 7 &= 84 \\ 12 \times \tfrac{3}{4} &= 9 \\ \tfrac{1}{5} \times 7 &= 1\tfrac{2}{5} \\ \tfrac{1}{5} \times \tfrac{3}{4} &= 0\tfrac{3}{20} \end{aligned}$$

Additionnant, on trouve 94 $\frac{11}{20}$. *

Pour multiplier un entier par une fraction, il suffit de multiplier l'entier par le numérateur de la fraction, en écrivant le dénominateur sous le produit.

Soit 25 à multiplier par $\frac{3}{5}$; il s'agit de prendre 25 trois cinquièmes de fois, donc le produit sera les $\frac{3}{5}$ du multiplicande (17).

Ainsi le 5e de 25 est 5, et 3 fois 5 font 15, ou 3 fois 25 font $\frac{75}{5}$ = 15, tel est le produit (41). Multiplier avant de prendre le 5e. ou après, cela revient toujours au même.

Pour multiplier une fraction par un entier, voyez le No. 31.

$$\tfrac{7}{8} \times 9 = \tfrac{63}{8} = 7\tfrac{7}{8}.$$

C'est comme si l'on écrivait $\frac{7}{8}$ 9 fois et qu'on fît l'addition. S'il s'agissait de multiplier $\frac{7}{8}$ par 8, on n'aurait qu'à effacer le dénominateur, et le produit serait 7. Pareillement $\frac{19}{27} \times 27 =$ 19, etc.

1re *Question.*—Quels sont les $\frac{7}{8}$ de $\frac{3}{4}$?

Réponse, $\frac{3}{4} \times \frac{7}{8} = \frac{21}{32}$.

2e *Question.*—Trouver les $\frac{5}{8}$ de 56.

Réponse, 56 $\times \frac{5}{8}$ = 35.

3e *Question.*—Si une aune de mérinos se vend 9 francs, combien coûteront $\frac{5}{9}$?

* Bien que cette remarque soit tout-à-fait neuve, je la crois indispensable.

Puisque le prix d'une aune est de 9 francs, il est clair que le prix de $\frac{5}{9}$ sera les $\frac{5}{9}$ de 9 francs, donc $9 \times \frac{5}{9} = 5$ francs.

4e *Question.*—Quel est le prix de 11 verges $\frac{3}{4}$ de gros de Naples à 4 chelins et $\frac{1}{2}$ la verge ?

Réponse, $11\frac{3}{4} \times 4\frac{1}{2} = 52$ chelins et $\frac{7}{8}$.

5e *Question.*—Quel est le prix de $\frac{3}{5}$ de gallon à 12 schellings le gallon ?

Réponse, 7 schellings et $\frac{1}{5}$.

6e *Question.*—Un homme possédait 1200 piàstres ; il en a perdu les $\frac{5}{8}$; combien a-t-il perdu ?

Réponse, 750 piastres.

7e *Question.*—On veut faire faire une pièce de toile de 30 verges ; supposé qu'il entre 2 livres et $\frac{1}{4}$ de fil par verge, combien en emploiera-t-on de livres ?

Réponse, 67 et $\frac{1}{2}$.

DIVISION DES FRACTIONS.

43. Si nous nous rappelons la définition de la division (26), nous comprendrons sans peine ce qui va suivre.

Nous avons dit que la division est une opération par laquelle, un produit et l'un de ses facteurs étant donnés, on se propose de trouver l'autre. Ce second facteur, qui, dans la division, prend le nom de quotient, s'obtient en cherchant combien de fois l'autre facteur, appelé diviseur, est contenu dans le produit, nommé dividende. Or, il est évident que, le dividende restant le même, plus le diviseur sera petit, plus il sera contenu de fois dans le dividende, ou plus le quotient augmentera. Ainsi, 4 sera contenu dans un nombre quelconque la moitié moins que 2 ; en d'autres termes, le quotient d'un nombre quelconque divisé par 4 sera la moitié de celui que donnera la division de ce même nombre par 2. Dans le 1er. cas, le quotient sera le quart du dividende, et dans le 2e. cas, il en est la moitié. Le quotient serait égal au dividende, si le diviseur était l'unité ou 1 ; il serait le double, le triple, etc., si le diviseur n'était que $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, etc. Par exemple, si nous voulions mesurer la longueur d'une salle, nous prendrions une toise, et en supposant que la salle eût 4 toises de long, la longueur de la toise serait contenu 4 fois sur la longueur de la salle ; mais si, au lieu d'une toise, nous prenons un pied pour mesure, le pied étant six fois plus petit que la toise, il est clair que le pied sera contenu 6 fois plus sur la longueur de la salle, c'est-à-dire, 24 fois.

Pareillement, si l'on partageait 18 chelins entre 9 personnes, chaque personne aurait 2 chelins ; mais si, au lieu de les partager entre 9, on ne les partage qu'entre 3, les parts seront 3 fois plus fortes, puisque le diviseur devient 3 fois plus petit ; dans ce cas,

chaque personne aurait donc 6 chelins. S'il fallait partager entre 12, chaque portion serait de 1 chelin et $\frac{1}{2}$; entre 36, un $\frac{1}{2}$ chelin, etc.

Donc, 1o. lorsque le diviseur sera 2, 3, 4, etc. fois plus fort que l'unité, le quotient sera 2, 3, 4 fois plus petit que le dividende. 2o. Lorsque le diviseur est 2, 3, 4, etc. fois plus petit que l'unité, le quotient est nécessairement 2, 3, 4 fois plus grand que le dividende.

Soit à diviser $\frac{2}{3}$ par $\frac{1}{5}$: d'après notre définition, il s'agit de trouver une fraction qui, multipliée par $\frac{1}{5}$, donne pour produit $\frac{2}{3}$. Le diviseur $\frac{1}{5}$ étant 5 fois moindre que l'unité, le quotient doit être 5 fois plus grand que le dividende $\frac{2}{3}$. Ainsi, rendons la fraction $\frac{2}{3}$ 5 fois plus forte (31), et nous aurons pour quotient véritable $\frac{10}{3}$, ou 3 $\frac{1}{3}$ (36).

Si nous multiplions le quotient par le diviseur, nous avons effectivement $\frac{10}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{10}{15}$ ou $\frac{2}{3}$.

Mais, si nous avions à diviser $\frac{2}{3}$ par $\frac{4}{5}$, ici le diviseur n'est pas 5 fois plus petit que l'unité, car $\frac{4}{5}$ valent 4 fois $\frac{1}{5}$, c'est-à-dire, 4 parties dont 5 forment l'unité : la fraction $\frac{4}{5}$ n'est que $\frac{5}{4}$ de fois plus petite que l'unité ; conséquemment, le quotient ne doit être que $\frac{5}{4}$ de fois plus fort que le dividende $\frac{2}{3}$, c'est-à-dire, 1 fois plus $\frac{1}{4}$ de fois.

De sorte que, en multipliant le numérateur de la fraction dividende $\frac{2}{3}$ par 5, dénominateur de la fraction diviseur $\frac{4}{5}$, nous obtenons $\frac{10}{3}$, comme ci-dessus, mais ce quotient se trouve 4 fois trop fort ; il faut donc le rendre 4 fois plus petit, en multipliant son dénominateur par 4 (31 et 32), ce qui donne pour quotient véritable $\frac{10}{12}$ ou $\frac{5}{6}$, fraction plus forte que $\frac{2}{3}$.

Pour obtenir ce quotient, nous avons multiplié $\frac{2}{3}$ par $\frac{5}{4}$, et cela est bien naturel, puisque nous avons remarqué que le quotient doit être les $\frac{5}{4}$ du dividende ; d'ailleurs nous savons que c'est par la multiplication qu'on prend un nombre un certain nombre de fois ; donc nous devions prendre $\frac{5}{4}$ de fois $\frac{2}{3}$. Mais $\frac{5}{4}$ est la fraction diviseur renversée.

Le raisonnement que nous venons de faire pouvant s'appliquer à tout autre exemple, nous en déduirons cette règle générale :

Pour diviser une fraction par une fraction, il faut multiplier la fraction dividende par la fraction diviseur renversée.

$\frac{5}{7}$ divisés par $\frac{4}{11}$ revient à $\frac{5}{7} \times \frac{11}{4} = \frac{55}{28}$, ou 1 $\frac{27}{28}$.

41. Cette règle générale nous fait voir encore que, pour diviser

l'une par l'autre deux fractions, il suffit de diviser le numérateur de la 1ère. par celui de 2e. et le dénominateur de la 1re. aussi par celui de la 2e., lorsque ces divisions peuvent se faire sans reste. En effet, soit proposé de diviser $\frac{8}{9}$ par $\frac{2}{3}$; divisant le numérateur de la 1re. fraction par celui de la 2e., nous avons $\frac{4}{9}$; la fraction $\frac{8}{9}$ se trouve donc divisée par 2 (31) ; mais ce n'est pas par 2 que nous devons diviser $\frac{8}{9}$, c'est par $\frac{2}{3}$; donc le quotient $\frac{4}{9}$ est 3 fois trop petit, car le quotient véritable doit être les $\frac{3}{2}$ de $\frac{8}{9}$; or, pour donner à ce quotient sa juste valeur, il faut rendre la fraction $\frac{4}{9}$ 3 fois plus forte, ce que l'on fait en divisant son dénominateur par 3, et nous aurons pour quotient véritable $\frac{4}{3}$, ou 1 $\frac{1}{3}$.

Mais d'après les principes du No. 31, nous pouvions encore rendre la fraction $\frac{4}{9}$ 3 fois plus forte, en multipliant son numérateur par 3 ; conséquemment pour pouvoir opérer de cette manière, il suffit que le numérateur de la fraction dividende soit divisible par celui de la fraction dénominateur ; par exemple, $\frac{9}{11}$ à diviser par $\frac{3}{7}$: je divise $\frac{9}{11}$ par 3, et j'ai $\frac{3}{11}$ pour quotient, mais 7 fois trop petit ; je multiplie $\frac{3}{11}$ par 7, et j'obtiens $\frac{21}{11}$ ou 1 et $\frac{10}{11}$.

Si les numérateurs ne sont pas divisibles l'un par l'autre, et que les dénominateurs le soient, comme $\frac{5}{6}$ à diviser par $\frac{2}{3}$, je divise le dénominateur 6 par le dénominateur 3, ce qui me donne $\frac{5}{2}$, quotient 2 fois trop fort ; je le rends 2 fois plus petit en multipliant son dénominateur par 2, et il vient $\frac{5}{4} = 1\ \frac{1}{4}$.

45. Enfin une conséquence en amène toujours un autre, et nous ne devons pas omettre la remarque suivante, qui est, peut-être, la plus importante.

Il s'ensuit de tout ce que nous venons de dire sur la division des fractions que, *pour diviser l'une par l'autre deux fractions de même dénominateur, il n'y a qu'à diviser le numérateur de la 1re. par celui de la seconde, sans avoir égard aux dénominateurs* ; car, suivant la règle générale, si nous voulons diviser $\frac{3}{7}$ par $\frac{5}{7}$, nous aurons $\frac{3}{7} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{35}$, ou, en simplifiant, $\frac{3}{5}$.

Si nons changeons de place les dénominateurs des fractions $\frac{3}{7}$ et $\frac{7}{5}$, nous avons $\frac{3}{5} \times \frac{7}{7}$, ce qui ne change rien au résultat, puisque le numérateur et le dénominateur du quotient $\frac{21}{35}$ seront toujours des multiples de 7 ; seulement, quant aux dénominateurs, au lieu de multiplier 7 par 5, nous multiplions 5 par 7 ; mais nous avons rigoureusement démontré (22) que le produit de deux nombres ne change pas, quel que soit l'ordre des facteurs. De plus, nous savons (32) que la multiplication simultanée des 2 termes d'une fraction par le même nombre n'en change pas la va-

leur : or, multiplier $\frac{3}{5}$ par $\frac{7}{7}$, c'est ne rien faire du tout. Il en est de même pour les nombres entiers ; $12 \times 4 = 48$, divisé ensuite par 4, on a toujours 12.

Ainsi le quotient de $\frac{3}{7}$ par $\frac{5}{7}$ est $\frac{3}{5}$.

Donc, pour diviser entre elles deux fractions qui ont le même dénominateur, il suffit de diviser le numérateur de la 1re. par le numérateur de la 2e. ; et cette division est toujours possible, puisqu'on se contente de l'indiquer. Le quotient de 3 par 8 est $\frac{3}{8}$. 1 divisé par 10 $= \frac{1}{10}$. $\frac{5}{12}$ divisés par $\frac{11}{12} = \frac{5}{11}$.

46. Pour diviser une fraction par un entier, voir le No. 31.

$\frac{2}{3}$ divisés par $4 = \frac{2}{12}$ ou $\frac{1}{6}$.

$\frac{6}{7}$ divisés par $3 = \frac{2}{7}$.

47. Pour diviser un entier par une fraction on met l'entier sous la forme d'une fraction, en lui donnant l'unité pour dénominateur (38), et l'opération revient à diviser une fraction par un autre. Ainsi, 5 divisé par $\frac{1}{7}$, se réduit à $\frac{5}{1} \times \frac{7}{1}$, et le quotient véritable est $\frac{35}{1}$, ou 35.

9 divisé par $\frac{5}{7} = \frac{9}{1} \times \frac{7}{5} = \frac{63}{5}$ ou $12\frac{3}{5}$.

Si l'on a bien compris le No. 43, cela n'a pas besoin de démonstration. Remarquons seulement que cela revient à multiplier l'entier par le dénominateur de la fraction, et ensuite diviser le produit par le numérateur.

48. Quand on a des entiers joints à des fractions à diviser par des entiers joints à des fractions, on réduit les entiers en fractions de la même espèce que celles qui les accompagnent (39), et l'opération rentre dans le cas du No. précédent.

Soit à diviser $4\frac{2}{3}$ par $3\frac{1}{2}$; on a $\frac{14}{3}$ à diviser par $\frac{7}{2}$; soit $\frac{14}{3} \times \frac{2}{7} = \frac{28}{21}$.

1re *Question*.—Par quelle fraction faudrait-il multiplier $\frac{4}{5}$ pour avoir $\frac{7}{9}$?

Réponse, $\frac{7}{9}$ divisés par $\frac{4}{5} = \frac{35}{36}$, telle est la fraction demandée (26).

2e *Question*.—Un tailleur a une pièce d'étoffe qui coutient 45 verges ; il veut en faire des gilets ; en supposant qu'il mette $\frac{5}{8}$ de verge pour chaque gilet, combien la pièce lui fournira-t-elle de gilets ?

Divisant 45 par $\frac{5}{8}$, on a pour réponse 72 gilets.

3e *Question*.—17 gallons $\frac{3}{4}$ de vin de Porto ont coûté 142 francs ; combien cela fait-il le gallon ?

142 fr. divisés par $17\frac{3}{4} = 8$ fr.

4e *Question*.—Combien y a-t-il de cinquièmes dans 24 ?

Réponse, 120.

48. Les preuves des 4 opérations sur les fractions, se font comme celles des nombres entiers (28.)

FRACTIONS DÉCIMALES.

49. Les fractions *décimales* sont des quantités de dix en dix fois plus petites que l'unité, et c'est de cet ordre de décroissement qu'elle tirent leur nom. Le système décimal n'est pas nouveau ; c'est une continuation et une conséquence nécessaire de l'ancien. En effet, nous avons vu dans la numération écrite qu'un chiffre, reculé d'un rang de la droite vers la gauche, prend une valeur décuple ; que par conséquent tout chiffre placé au 2e. rang à gauche, représente des dixaines, au 3e., des centaines, au 4e., des mille, etc. ; qu'au moyen de cette convention on peut écrire les plus grands nombres qu'il soit possible d'imaginer.

On voit d'après cela que rien n'empêche d'écrire, à droite de l'unité simple, de nouvelles unités de dix en fois plus petites. Ainsi celle qui sera immédiatement à droite de l'unité simple, sera 10 fois moindre que cette unité ; on l'appelle *dixième* par opposition aux dixaines. Celle qui sera au 2e. rang à droite de l'unité, ou qui sera placée immédiatement après les dixièmes, sera 10 fois moindre que les dixièmes, 100 fois moindre que l'unité simple ; on l'appelle *centième* par opposition aux centaines. En continuant ainsi d'écrire de nouvelles unités de gauche à droite, et de leur donner des noms opposés à ceux que nous leur donnons en allant de droite à gauche, il est aisé de voir que nous pouvons écrire les plus petits nombres qu'il soit possible d'imaginer.

Les nombres décimaux s'écrivent comme les nombres entiers, mais il faut avoir soin de séparer les entiers des décimales par une virgule.

Si le nombre ne contient pas d'unités entières, on met un zéro à gauche de la virgule décimale pour tenir la place des entiers.

Un dixième s'écrit de cette manière 0,1 ; un centième, 0,01 ; un millième, 0,001 ; un dix-millième, 0,0001, etc.

Ces fractions s'énoncent comme les nombres entiers, en ayant soin d'ajouter la terminaison *ième* au dernier chiffre à droite.

Ainsi 25,01 s'énonce 25 unités et 1 centième, 8,025, 8 unités, 25 millièmes ; 0,25, 25 centièmes ; 4,739, 4 unités, sept cent trente neuf millièmes ; on peut dire aussi, 4 unités, 7 dixièmes, 3 centièmes et 9 millièmes. Si l'on veut réduire les entiers en fraction, il n'y a qu'à supprimer la virgule, et l'on aura 4739 millièmes.

$$25{,}01 = 2501 \text{ centièmes, etc.}$$

Les chiffres placés à gauche de la virgule sont des entiers ; les chiffres à droite, forment la partie décimale, ainsi que nous venons de le voir.

50. De même que dans les nombres entiers, la valeur d'un chiffre décimal dépend uniquement de la place qu'il occupe relativement à la virgule. Ainsi tout chiffre placé au 1er. rang après la virgule, représente des dixièmes ; au 2e., des centièmes ; au 3e., des millièmes ; au 4e., des dix millièmes, etc. A mesure qu'un chiffre avance de gauche à droite, il prend une valeur de dix en dix fois plus petite. Donc, 0,1 vaut 10 fois moins que 1 ; 0,01, dix fois moins que 0,1, et 100 fois moins que 1 ; 0,001, 10 fois moins que 0,01, 100 fois moins que 0,1 et 1000 fois moins que 1, etc. Conséquemment, tant qu'un chiffre ne changera pas de place par rapport à la virgule, il conservera toujours la même valeur. D'où il résulte qu'un nombre décimal ne change pas de valeur quel que soit le nombre de zéros que l'on ajoute ou que l'on supprime à sa droite.

Ainsi les fractions 0,50, 0,500, 0,5000, 0,50000, 0,500000000, etc., sont toutes la même chose que 0,5. En effet, 0,5 veut dire que l'unité est partagée en 10 parties égales, et que l'on en prend 5, ce qui fait la moitié de l'unité ; 0,50 signifie que l'unité est divisée en 100 parties, et ici les parties sont plus petites, à la vérité, mais aussi l'on en prend 10 fois plus, puisqu'on en prend 50, ce qui fait toujours la moitié des parties ; 0,500 indique qu'elle est partagée en 1000 parties, et qu'on en prend 500, or c'est encore la moitié ; ainsi de suite.

51. D'après ce qui précède, on voit que si l'on avance la virgule de 1, 2, 3, 4, etc. rangs vers la droite, le nombre décimal devient 10, 100, 1000, 10000, etc. fois plus grand, c'est-à-dire, qu'il se trouve multiplié par 10, par 100, par 1000, etc. Par exemple, dans le nombre 234,765, si nous transportons la virgule à un rang plus à droite, nous aurons 2347,65, nombre 10 fois plus fort que le 1er. ; car, le chiffre 2, qui n'exprimait que 2 centaines vaut maintenant 2000 ; les 3 dixaines sont devenues des centaines ; les 4 unités valent 4 dixaines ; et le 7, qui ne valait que 7 dixièmes, est passé au rang de unités ; le 6 a pris la place des dixièmes ; et enfin le 5, qui n'exprimait que de millièmes vaut de centièmes ; donc tout le nombre se trouve multiplié par 10. Si nous avions reculé la virgule de 2 rangs, nous aurions multiplié le nombre par 100, etc.

52. Par une raison contraire, suivant que l'on avance la virgule de 1, 2, 3, etc. rangs vers la gauche, le nombre devient 10, 100, 1000, etc. fois plus petit. C'est le moyen de le diviser par l'un de ces nombres. Soit proposé de diviser 478,25 par 100 ; le quotient est 4,7825. Si le nombre proposé n'avait pas assez de chiffres à gauche, pour pouvoir avancer la virgule, il suffirait d'ajouter un nombre de 0 nécessaire pour faire la trans-

position demandée : si nous divisons 5,26 par 1000, nous aurons 0,00526, nombre 1000 fois plus petit que le 1er. Si l'on veut diviser 215 par 10, on a pour quotient véritable 21,5 ; par 100, 2,15 ; par 1000, 0,215 ; par 10000, 0,0215 ; ainsi de suite.

ADDITION ET SOUSTRACTION DES NOMBRES DECIMAUX.

53. Puisque les nombres décimaux croissent et décroissent de la même manière que les nombres entiers, c'est-à-dire que 10 unités d'un certain ordre forment une unité de l'ordre immédiatement supérieur, les calculs doivent nécessairement être soumis aux mêmes règles.

Ainsi *l'addition et la soustraction des nombres décimaux se font exactement comme celles des nombres entiers, en ayant soin de placer les quantités de même grandeur les unes sous les autres, et de séparer par une virgule, à droite du résultat, autant de chiffres qu'il s'en trouve dans le nombre qui en a le plus.*

EXEMPLES D'ADDITION.

```
                             85,250007
        45,708                0,75
         2,0005              12,6
       329,500104             0,005
       ----------           ---------
Somme  377,208604    Somme   99,605007
```

EXEEPLES DE SOUSTRACTION.

```
          56,27            0,735           29,7
          41,32            0,26            25,0003
          -----           ------          --------
Reste     14,95    Reste  0,475    Reste   4,6997

     De   9                   De  1
     Otez 0,0704              Otez 0,00007
          ------                   -------
     Reste 8,9296             Reste 0,99993
```

MULTIPLICATION DES NOMBRES DECIMAUX.

54. La multiplication des nombres décimaux s'effectue comme celle des nombres entiers, sans faire attention à la virgule, mais lorsque l'opération est finie, il faut séparer, à droite du produit, autant de décimales qu'il y en a dans les deux facteurs. Par exemple, s'il s'agit de multiplier 5,25 par 3,7, l'opération se ré-

duit à multiplier 525 par 37, et le produit sera 19425 ; mais, en supprimant la virgule, le multiplicande 5,25 est devenu 100 fois plus fort ; le multiplicateur 3,7 est devenu dix plus fort (51), donc le produit est d'une part 100 fois trop fort, d'une autre, 10 fois trop fort, et par conséquent mille fois trop fort. Il faut donc, pour rendre au produit sa juste valeur, le diviser par mille, en séparant à sa droite 3 décimales (52), et il vient pour produit demandé 19,425. (C'est le contraire de ce que nous avons dit au No. 21.)

Remarque.—Lorsque le produit obtenu de la manière précédente ne contient pas assez de chiffres pour pouvoir en séparer le nombre exigé, on y supplée en mettant à gauche du nombre autant de zéros qu'il est nécessaire.

Examples.

0,503	0,05	24
15	0,0012	0,405
2515	Produit 0,000060	120
503		96
Produit 7,545		Produit 9,720

(Voyez le No. 41.)

DIVISION DES DECIMALES.

55. La division des nombres démimaux présente plusieurs cas :

1°. Quand le dividende est le diviseur contiennent le même nombre de chiffres décimaux, on supprime la virgule de part et d'autre, et l'on fait la division comme si c'étaient deux nombres entiers, sans rien changer au quotient. Ainsi pour diviser 12,75 par 4,25, on divesera 1275 par 425, et le quotient véritable sera 3 ; car, en supprimant la virgule dans 12,75, on rend ce dividende 100 fois plus fort, mais, par le même raison, le diviseur 4,25 devient aussi 100 fois plus fort, donc il y a compensation. D'ailleurs le quotient peut être représenté de cette manière $\frac{12,75}{4,25}$; or nous savons qu'on peut multiplier le deux termes d'une fraction ordinaire, par le même nombre, sans en changer la valeur, donc $\frac{12,75}{4,25} = \frac{1275}{425}$, et, en extrayant les entiers, on a 3. De plus les nombres 12,75 et 4,25 sont équivalens aux fractions $\frac{1275}{100}$, $\frac{425}{100}$ (39 et 49). Ces fractions ayant le même dénominateur, pour les diviser, il suffit de se rappeler ce qui a été dit au No. 45.

2°. Lorsque le dividende et le diviseur ne contiennent pas le même nombre de chiffres décimaux, on met des 0 à droite de celui qui a le moins de décimales (50), et la division rentre dans le cas précédent. Soit à diviser 12,6 par 0,0054 : en complétant les décimales, on a 12,6000 : 0,0054, ou, ce qui est la même chose, 126000 à diviser par 54, dont le quotient est 3500 (43).

3°. Enfin pour diviser un entier par une fraction et une fraction par un entier, on opère comme nous venons de le faire. 15 divisé par 0,0005 égale 30000 (43).

Remarquons cependant qu'il n'est pas absolument nécessaire de compléter les décimales : par exemple, s'il s'agit de diviser 125 par 0,05, on peut diviser 125 par 5, le quotient est 25, mais 100 fois trop petit (43) ; il faudra donc le multiplier par 100 (12), ce qui donnera 2500. Pareillement 4,375 à diviser par 25, on divisera 4375 par 25, mais le quotient 175 sera mille fois trop fort ; il faudra donc le ramener à sa juste valeur, en le divisant par 1000 (54), et il viendra 0,175.

Les preuves de ces opérations se font comme celles des nombres entiers (28).

REDUCTION DES FRACTIONS ORDINAIRES EN FRACTIONS DECIMALES.

56. Les fractions ordinaires, ainsi que nous l'avons dit, indiquent le quotient du numérateur par le dénominateur. Le quotient de 107 par 4 est $\frac{107}{4}$: En effectuant la division, on a 26 $\frac{3}{4}$. Si nous voulons réduire la fraction $\frac{3}{4}$ en décimale, nous n'avons qu'à réduire le numérateur 3 en dixièmes, en le multipliant par 10, ce que l'on fait en mettant un 0 à droite de 3, et l'on a 30 dixièmes dont le quart est 0,7 et il reste 2 dixièmes, qu'on multiplie encore par 10, pour les réduire en centièmes, ce qui donne 20 centièmes, dont le $\frac{1}{4}$ est 0,05 que l'on place à droite des 0,7 et l'on a 0,75. En sorte que le quotient 26 $\frac{3}{4}$ se trouve exprimé par 26,75.

Soit encore $\frac{7}{8}$ à reduire en décimales ; on dispose le calcul de la manière suivante :

```
70 | 8
64 |------
-- | 0,875
 60
 56
 --
  40
  40
  --
   0
```

7 ne pouvant contenir 8, il s'ensuit qu'il n'y aura pas d'entiers, on met un 0 pour en tenir la place et une virgule ; on ajoute un 0 à 7 pour le réduire en dixièmes ; 70 contient 8 fois 8, qui ôté de 70 reste 6 dixièmes qui valent 60 centièmes, lesquels contiennent 7 fois le diviseur, et il reste 4, qu'on multiplie encore par 10, pour avoir des millièmes ; 40 divisés par 8 donnent 5 millièmes, et il ne reste plus rien. Donc $\frac{7}{8} = 0,875$.

Règle.—Pour réduire une fraction ordinaire en décimales, on divise le numérateur par le dénominateur, en convertissant successivement les restes en dixièmes, en centièmes, en millièmes, etc. ce qui s'effectue en mettant un 0. Lorsque la fraction ordinaire ne contient pas d'entiers, la fraction décimale n'en a pas non plus. Quand on divise un nombre quelconque, après avoir fini la division, s'il y a un reste, on met une virgule à droite de la partie entière du quotient, et l'on continue la division pour avoir la partie décimale, comme nous venons de le voir. Si, après avoir ajouté un 0, le reste ne contenait pas le diviseur, avant d'ajouter un autre 0, il faudrait mettre un 0 au quotient.

De cette manière, on trouvera que le quotient exact de 324 par 25 est 12,96.

7 divisé par 16 = 0,4375.

$\frac{3}{8} = 0,375$. $\frac{9}{25} = 0,36$.

$\frac{1}{2} = 0,5$. $\frac{3}{4} = 0,75$. $\frac{4}{5} = 0,8$. $\frac{1}{8} = 0,125$.

Ce sont des fractions décimales finies.

57. Lorsqu'en réduisant ainsi le reste d'une division en décimale, on parvient à un reste 0, le nombre décimal est le quotient exact de la division. Mais il arrive souvent qu'en opérant ainsi, le calcul ne se termine pas ; par exemple, si l'on veut réduire en décimales les fractions $\frac{5}{12}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{5}{11}$, on aura pour la 1re,

```
50    | 12
 20   |---------
  80  | 0,416666, etc ;
   80
    80
     80
      8
```

Pour la 2e. on a : $\frac{1}{3} = 0,33333$, etc ;

La 3e. donnera $\frac{1}{9} = 0,11111$, etc ;

Et enfin le 4e. fournit $\frac{5}{11} = 0,45454545$, etc.

On voit que les mêmes chiffres déjà obtenus au quotient se reproduisent sans cesse, et que l'on ne parviendra jamais à épuiser le dividende, parceque l'unité est divisible jusqu'a l'infini.

Ces sortes de fractions s'appellent *périodiques*.

Celles dont la période commence immédiatement après la virgule, se nomment *fractions périodiques simples* ou *ordinaires*, telles

sont les trois dernières. La première est *une fraction décimale périodique mixte*, parceque la période ne se montre qu'après les centièmes.

De sorte que, plus on poussera loin ces divisions, plus on approchera du quotient véritable, mais il ne sera jamais possible de l'assigner exactement, et une fraction ordinaire réduite ainsi en décimales, ne sera pas rigoureusement égale à la fraction proposée.

58. Cependant, pour la pratique, on se contente de cette réduction, et l'on ne va guère plus loin que les millièmes, et même dans le commerce, on ne dépasse presque jamais les centièmes. Car ce que l'on néglige ne vaut jamais une unité de l'ordre auquel on s'arrête.

Ainsi, on dit que le quotient de 11 par 7 est 1,5 à un dixième près, c'est-à-dire que ce qui manque ne vaut pas un dixième ; poussant la division jusqu'aux centièmes, on obtient 1,57, quotient exact à moins d'un centième, puisque ce qui manque ne vaut pas un centième. Si l'on veut approcher encore plus, on ira jusqu'aux millièmes, et l'on aura 1,571, et ainsi de suite. Pareillement $\frac{2}{7} = 0{,}2857$ à moins de un dix millième près. Si l'on ne veut conserver que deux chiffres décimaux dans cette fraction, on aura 0,28, fraction un peu plus petite que $\frac{2}{7}$. Comme le chiffre qui est après les centièmes, dans 0,2857, est 5 suivi d'un autre chiffre significatif, on peut augmenter de 1 le dernier chiffre décimal que l'on conserve, et l'on a 0,29 ; dans ce cas, la fraction 0,29 se trouve un peu plus forte que $\frac{2}{7}$, mais dans l'un et l'autre cas, la différence ne saurait être d'un demi-centième. Quoiqu'on veuille ne conserver que 2 décimales dans le nombre 1,571, il ne faut pas augmenter le 7, parce que le chiffre qui vient après lui n'est pas 5 ; il faudrait écrire 1,57, etc.

REDUCTION DES FRACTIONS DECIMALES EN FRACTIONS ORDINAIRES.

59. Rien n'est plus facile que de mettre une fraction décimale sous la forme d'une fraction ordinaire : il suffit, pour cela, *de prendre le nombre décimal pour numérateur, et de lui donner, pour dénominateur, l'unité suivie d'autant de 0 qu'il y a de chiffres décimaux dans le nombre proposé.*

Ainsi $0{,}5 = \frac{5}{10}$; $0{,}25 = \frac{25}{100}$; $0{,}375 = \frac{375}{1000}$; $0{,}4375 = \frac{4375}{10000}$, etc. En simplifiant ces fractions, on trouvera (34 et 35) que $0{,}5 = \frac{1}{2}$, $0{,}25 = \frac{1}{4}$, $0{,}375 = \frac{3}{8}$, etc. Si le nombre décimal a des entiers, on pourra les écrire d'abord, et ensuite la fraction

comme nous venons de le faire. Ainsi $15{,}75 = 15\frac{75}{100} = 15\frac{3}{4}$; $12{,}5 = 12\frac{5}{10} = 12\frac{1}{2}$. Mais si l'on veut avoir les entiers en fraction, il n'y a qu'à faire disparaître la virgule, et l'on aura (39 et 51) $15{,}75 = \frac{1575}{100}$, = (34) $\frac{315}{20} = \frac{63}{4} = 15\frac{3}{4}$; $12{,}5 = \frac{125}{10}$, $= \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}$.

Comme on le voit, on retrouve ainsi la fraction génératrice, c'est-à-dire, la fraction ordinaire qui avait fourni la fraction décimale, mais cela n'a lieu que lorsque la fraction décimale est finie.

Les fractions périodiques peuvent s'exprimer en fractions ordinaires de la même manière que celles que nous venons de réduire : ainsi 0,41666 ..... $= \frac{41666}{100000}$ ....., $= \frac{20833}{50000}$. 0,333 ..... $= \frac{333}{1000}$.....

Mais la fraction ainsi réduite n'est j'amais équivalente, non plus que la fraction décimale, à la fraction ordinaire qui a donné naissance à la période, et il n'est pas possible de revenir, de cette manière, à la fraction génératrice. Voici la règle pour y parvenir.

60. D'abord, il faut distinguer si la période est simple ou mixte : dans le 1er. cas, *on prend les chiffres de la période pour numérateur, et l'on donne pour dénominateur autant de* 9 *qu'il y a de chiffres dans la période.*

Soit proposé de revenir à la fraction ordinaire qui a fourni la fraction périodique simple.

0,272727, etc.

La période se composant de 2 chiffres, nous avons $\frac{27}{99} = \frac{3}{11}$.

Soit encore 0,33333, etc. ; cette période n'ayant qu'un chiffre, il vient $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

Soit enfin, pour 3e. exemple,

0,285714285714285714, etc.

Ici la période étant formée de 6 chiffres, nous aurons d'après la règle, $\frac{285714}{999999}$: en cherchant le plus grand commun diviseur (35), qui est ici 142857, et divisant les 2 termes de la fraction par ce commun diviseur, on obtient $\frac{2}{7}$, qui est en effet la fraction demandée.

Si la fraction périodique est mixte, on recule la virgule jusqu'au commencement de la période, et l'on réduit la période en fraction ordinaire, comme dans le 1er. *cas. La partie qui se trouve à gauche de la virgule, est considérée comme un entier, que l'on met sous la forme d'une fraction, en lui donnant l'unité pour dénominateur, ce qui fournit* 2 *fractions, mais autant de fois dix fois trop fortes qu'il se trouve de chiffres avant la période* (50) ; *on les rend donc autant de fois dix fois plus petites, en écrivant un ou plusieurs* 0 *à droite de leur dénominateur* (31).

Ces deux fractions, réduites au même dénominateur et réunies, donnent la fraction demandée.

Soit, pour 1er. exemple, la fraction périodique mixte 0,416666, etc.

En suivant la règle, nous aurons d'abord 41,6666, etc. puis $\frac{41}{1}$ et $\frac{6}{9}$ ou $\frac{2}{3}$, fractions 100 fois trop fortes.

Les rendant 100 fois plus petites, il vient $\frac{41}{100}$, $\frac{2}{300}$; les réduisant au même dénominateur, nous avons $\frac{123}{300}$, $\frac{2}{300}$ dont la somme est $\frac{125}{300} = \frac{5}{12}$.

Prenons encore, pour exemple, 0,83333, etc.

Nous avons 8,3333, etc. donc les 2 fractions $\frac{8}{1}$ et $\frac{3}{9}$, mais dix fois trop fortes :

Rendons-les 10 fois plus petites, ce qui nous donnera $\frac{8}{10}$, $\frac{1}{30}$, ou, en les simplifiant, $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{30} = \frac{24}{30}$ et $\frac{1}{30}$, dont la somme égale $\frac{25}{30} = \frac{5}{6}$.

On arrive encore au même résultat, en reculant la virgule jusqu'après la 1re. période, et en retranchant ensuite la partie non périodique de tout le nombre qui se trouve à gauche de la virgule : la différence que l'on obtient est le numérateur de la fraction. On lui donne pour dénominateur autant de 9 qu'il y a de chiffres dans la période, et autant de 0 qu'il y a de chiffres dans la partie non périodique.

De cette manière, 0,41666, etc.
nous donnera 416,666, etc.
retranchant 41

Reste, 375, numérateur de la fraction.

La période n'ayant qu'un chiffre, et la partie qui précède en ayant deux, nous avons $\frac{375}{900} = \frac{5}{12}$.

De même 0,8333, etc. vient 83,333
ôter 8

Reste, 75

Donc $\frac{75}{90} = \frac{5}{6}$.

61. Pour nous rendre raison de la légitimité de ces règles, rappelons-nous le No. 29 6°, où nous avons démontré qu'une dixaine égale 9 + 1 ; que 2 dixaines égalent 9 + 9 + 2 ; 3 dixaines, 9 + 9 × 9 + 3, . . . 100 = 99 + 1; 110 = 99 + 9 + 1, ... 1000 = 999 = 1, etc.

Donc $\frac{1}{9}$ = 0,1111, etc. ; $\frac{2}{9}$ = 0,2222, etc.

$\frac{1}{99}$ = 0,010101, etc ; $\frac{1}{999}$ = 0,001001, etc.

Considérons de plus que, pour réduire en décimales, nous multiplions successivement par 10 le numérateur d'une fraction ou le reste d'une division, et poursuivant toujours la division par le même nombre, nous obtenons au quotient des unités de dix en dix fois plus petites, suivant le système de numération, c'est-à-dire, des fractions de fractions.

Lorsque la fraction décimale est finie, l'unité est donc considérée comme partagée exactement en parties de dix . . . . , par conséquent, dans ce cas, si nous voulons représenter une fraction décimale finie en fraction ordinaire de même valeur, en prenant le nombre décimale pour numérateur, que l'on considère alors comme entier, il faut lui donner pour dénominateur un nombre composé d'autant de *dix* que nous avons multiplié de fois par 10.

Quand la fraction est périodique, il est évident qu'elle ne doit pas avoir 10, ou un nombre composé de plusieurs fois 10, puisque l'on ne peut assigner un nombre exact de parties quelque petites qu'elles soient, et qu'ainsi l'unité ne saurait réellement être divisée en parties de 10.

D'ailleurs, si nous représentons par x la valeur de la fraction génératrice de 0,272727, etc. en reculant la virgule de 2 rangs à droite, c'est-à-dire, en prenant les 2 chiffres de la période pour numérateur, nous prenons évidemment un nombre 100 fois plus fort qu'il n'est en réalité ; il faut donc multiplier aussi x par 100, afin de conserver l'égalité de la quantité que nous comparons avec elle-même.

Donc $100\,x = 27{,}2727$, etc.

Or $0{,}2727$, etc. $= x$.

Pour revenir à la fraction ordinaire, nous n'avons pas besoin de la partie qui est à droite de la virgule, puisque ce sont les mêmes chiffres qui se reproduisent à l'infini.

De $100\,x = 27{,}272727$, etc. retranchons donc

$1\,x = 0{,}272727$, etc.

Reste, $99\,x = 27{,}000000$

Divisant les deux termes de cette égalité par 99, nous avons $x = \frac{27}{99} = \frac{3}{11}$, telle est la valeur de x.

Soit maintenant la fraction périodique mixte 0,41666, etc. :

Nous aurons, $x = 0{,}416666$, etc. ;

Reculant la virgule de deux rangs,

Il vient $100\,x = 41{,}6666\ldots\ldots$;

Mais $0{,}6666\ldots\ldots = \frac{6}{9}$ ou $\frac{2}{3}$;

Donc $100\,x = 41 + \frac{2}{3}$;

Rendons les deux termes de cette dernière équation 100 fois plus petits, ce qui nous donnera

$x = \frac{41}{100} + \frac{2}{300} = \frac{123}{300} + \frac{2}{300} = \frac{125}{300} = \frac{5}{12}$.

Pour dèmontrer le second précédé, prenons le même exemple :

Nous avons d'abord $x = 0{,}416666$, etc.

Puis, $100\,x = 41{,}6666$, etc.

Et enfin $1000\,x = 416{,}6666$, etc. ; pour faire disparaître la partie à droite de la virgule, de la 3e. de ces égalité,

$1000\,x = 416{,}6666$, etc.

Retranchons la 2e. $100\,x = 41{,}6666 \ldots$;

Reste, $900\,x = 375 \ldots$

D'où $x = \frac{375}{900} = \frac{5}{12}$.

D'après cette méthode nous voyons que, quoique l'on ne puisse jamais obtenir l'unité, quelque loin qu'on pousse la division (on peut en approcher de très-près),

la fraction $0{,}999$, etc. $= \frac{9}{9} = 1$;

$0{,}00999$, etc. $= \frac{9}{900} = \frac{1}{100} = 0{,}01$.

Ainsi, par exemple, si le quotient d'une division était 24,9999, etc., on pourrait librement prendre 25 pour quotient exact.

Pareillement le quotient 24,0999, etc. serait 24,1.

Le quotient 24,00999, etc. est 24,01 ; ainsi de suite.

Les nombres terminés à droite par des zéros n'étant divisibles que par 2 ou par 5, ou par le produit de ces 2 nombres, ou le produit de chacun d'eux multiplié plusieurs par lui-même, tel que 4, 8, 16, 32, etc. 25, 125, etc., il s'ensuit qu'une fraction sera périodique toutes les fois que le diviseur n'est pas 2 ou 5, ou formé des seuls facteurs 2 ou 5.

MONNAIES, MESURES, POIDS USITES DANS LE CANADA.

61. Nous dirons peu de choses sur cet article, parce que ce sont des objets assez familliers à tout le monde : un enfant de 10 ans sait déjà très-bien ce que c'est qu'une aune, une verge, une piastre, un minot, etc.

2 sous français font	1 penny,
10 pennys ou 20 sous	1 franc,
12 pennys	1 chelin,
5 chelings	1 piastre,
20 do. ou 4 piastres	1 louis,
21 chelings	1 guinée,
6 francs	1 piastre,
24 do.	1 louis.

3 grains d'orge font	1 pouce,
12 pouces	1 pied,
3 pieds	1 verge,
5 verges et ½	1 perche,
320 perches	1 mille,
3 milles	1 lieue,
6 pieds	1 toise,

16 onces font	1 livre pesant,
112 livres	1 quintal,
20 quintaux	1 tonneau.

ANCIENS POIDS ET MESURES DE FRANCE.

1 livre (poids) vaut	2 marcs,
1 marc	8 onces,
1 once . , ...	8 gros,
1 gros	3 deniers,
1 denier	24 grains,
100 livres . . . . valent	1 quintal.

12 points . . . . valent	1 ligne,
12 lignes	1 pouce,
12 pouces	1 pied,
6 pieds	1 toise,
3 toises	1 perche,
10 perches	1 arpent

L'aune de Paris vaut 3 pieds 7 pouces 10 lignes $\frac{5}{6}$.

DES NOMBRES COMPLEXES.

62. *On entend par* NOMBRE COMPLEXE, *un nombre composé de de différentes espèces d'unités :* par exemple, 5 louis 4 chelins 3 pennys ; 2 toises 4 pieds, etc. sont deux nombres complexes.

Quoique les règles que nous avons données jusqu'ici, soient plus que suffisantes pour calculer toutes sortes de numbres, comme il n'est pas toujours nécessaire de mettre sous la forme d'une fraction les subdivisions de certaines unités, nous allons exposer succinctement les règles particulières auxquelles est soumis le calcul des nombres complexes.

ADDITION DES NOMBRES COMPLEXES.

63. Il faut écrire ces nombres les uns sous les autres, de manière que les unités de même espèce se trouvent dans une même colonne verticale, comme on le voit ci-dessous.

	Louis.	*ch.*	*pen.*
	15	7	5 $\frac{1}{2}$
	10	12	8
	25	2	9 $\frac{1}{2}$
	3	5	1 $\frac{1}{2}$
Somme	£ 54	8	0 $\frac{1}{2}$

On commence par la plus petite espèce, en disant : $\frac{3}{2}$ penny font 1 penny et demi ; je pose le $\frac{1}{2}$, et retiens 1 pour le joindre à la colonne des pennys ; cette colonne fournit 23, et 1 de retenue font 24 pennys, qui valent juste 2 chelins, puisque 1 chelin est composé de 12 pennys ; je pose 0, et retiens 2 ; la colonne des chelins donne 26, et 2 retenus font 28, et comme 20 chelins forment 1 louis, en 28 il y a 1 louis plus 8 chelins ; je pose donc 8 et retiens 1 que j'ajoute avec les louis, ce qui fait £54.

2e Exemple.

	£	*ch.*	*d.*
	12	18	1 $\frac{1}{2}$
	0	6	7
	1	0	4
	17	16	0 $\frac{1}{2}$
	0	0	8
Somme	£ 32	1	9

3e. Exemple.

	£	s.	d.
	0	19	10
	0	17	8 ½
	0	13	7 ½
Somme	£ 2	11	2

4e. Ex.

Francs.	Sous.
15	12
6	18
24	9
0	13
47 *f.*	12 *s.*

5e. Ex.

Francs.	Sous.
19	14
16	2
1	17
0	10
37 *f.*	3 *s.*

6e. Ex.

Francs.	Sous.
7	19
0	14
3	12
5	0
1	17
0	1
19 *f.*	3*s.*

	Toises.	*Pieds.*	*Pouces.*	*Lignes.*	*Points.*
	4	5	8	10	4
	7	3	1	9	0
	1	0	7	0	7
	3	1	0	6	0
	0	2	0	0	0
Somme	17	0	6	1	11

La colonne des points donne 11, que l'on écrit sans rien retenir, parce que 11 points ne valent pas une ligne. Passant à la colonne des lignes, on trouve 25, ce qui fait 2 pouces et 1 ligne ; on pose 1, et l'on retient 2 pour les ajouter avec les pouces, où l'on a 18 pouces qui valent 1 pied plus 6 pouces ; on pose 6, et l'on porte 1 à la colonne des pieds, ce qui fournit 12 pieds valant 2 toises, c'est pourquoi on met un 0 et retient 2, lesquelles ajoutées avec les toises forment 17.

SOUSTRACTION COMPLEXE.

64. 1er *Ex.*

	Louis.	*ch.*	*pen.*
De	16	17	9 ½
ôter	12	15	8
Reste	£ 4	2	1 ½

On opère comme sur les nombres entiers.

		£	s.	d.
2e. *Ex.*	De	21	4	2
	ôter	17	7	9 ½
	Reste	£3	16	4 ½

Ici je ne puis retrancher un demi de 0 ; j'emprunter 1 penny sur le 2 qui vient après, ce penny vaut $\frac{2}{2}$, moins $\frac{1}{2}$ reste $\frac{1}{2}$; maintenant je considère le 2 comme ne valant que 1 ; 9 de 1, on ne peut ; j'emprunte 1 ch. sur le 4 ; ce ch. vaut 12 pen. et 1 qu'il en reste font 13 ; 9 de 13 reste 4 ; 7 de 3, on ne peut ; j'emprunte 1 louis qui vaut 20 ch., et 3 font 23, moins 7 reste 16 ; 17 ôtés de 20 reste 3.

De	9 toises	3 pieds	4 pouces	7 lignes
Soustraire	5	4	8	5
Reste	3	4	8	2

7 moins 5 reste 2 ; 4 moins 8, on ne peut ; empruntez 1 pied qui vaut 12 pouces, et 4 font 16, ôtez 8, il reste 8 ; 4 de 2, on ne peut ; empruntez 1 toise qui vaut 6 pieds, et 2 égalent 8, ôtez 4 reste 4 ; 5 ôté de 8 égale 3.

De	15 livres	1 once
ôtez	4	13 onces
Reste	10 livres	4 onces

13 onces de 1 once, cela ne se peut ; il faut emprunter 1 livre qui vaut 16 onces, et 1 font 17, desquelles retranchant 13, il reste 4, etc.

MULTIPLICATION COMPLEXE.

65. Veut-on savoir, par exemple, combien coûteront 13 livres 10 onces de thé, à 3 chelins 8 pennys la livre : observons d'abord que, puisque 1 livre vaut 16 onces, 1 once vaut $\frac{1}{16}$ (30), donc 10 onces valent $\frac{10}{16}$: en simplifiant cette fraction, nous avons la fraction équivalente $\frac{5}{8}$ (34).

Ainsi, au lieu de 13 liv. 10 onces, nous aurons 13 liv. $\frac{5}{8}$, ce qui est exactement la même chose.

Pareillement, 1 ch. valant 12 pennys, 8 pen. égalent $\frac{8}{12}$ ou $\frac{2}{3}$ de chelin.

De sorte que, l'opération se réduit à multiplier 13 et $\frac{5}{8}$ par 3 et $\frac{2}{3}$.

Or, d'après la règle du No. 42, nous avons $\frac{109}{8} \times \frac{11}{3} = \frac{1199}{24}$. Il s'agit maintenant de trouver la valeur de cette fraction en chelins, en pennys, etc. Pour cela, il n'y qu'à diviser le numérateur par le dénominateur, ce qui donne (36) 49 chelins et $\frac{23}{24}$. Pour savoir combien cette dernière fraction vaut de pennys, puisque 1 ch. vaut 12 pen., multiplions le numérateur 23 par 12, ce qui nous donnera le nombre 276 pennys, qui, divisé par le dénominateur 24, fournit 11 pen. plus $\frac{12}{24}$ ou $\frac{1}{2}$. Ainsi le prix de 13 liv. 10 onces de thé, à 3 ch. 8 pen. la livre, est juste 49 ch. 11 p. $\frac{1}{2}$. Et comme 20 ch. font 1 louis, divisant 49 par 20, nous avons 2 louis 9 ch. 11 p. $\frac{1}{2}$.

Remarque.—Pour réduire un nombre quelconque d'unités à une espèce d'unités immédiatement inférieure à celle qui précède, *il faut le multiplier par le nombre d'unités qui composent une unité de l'ordre supérieur.*

Par exemple, s'agit-il de savoir combien 15 louis font de chelins, le louis se composant de 20 ch., on a $15 \times 20 = 300$ ch.

£12 et 14 ch. $= 12 \times 20 = 240 + 14 = 254$ ch.

£9 5 ch. 4d. valent $9 \times 20 = 180 + 5 = 185$ ch. $\times 12 = 2220 + 4 = 2224$ pennys.

5 livres 3 onces valent $5 \times 16 = 80 + 3 = 83$ onces.

7 toises 4 pieds 8 pouces 2 lignes valent :
$7 \times 6 = 42 + 4 = 46$ pieds $\times 12 = 552 + 8 = 560$ pouces $\times 12 = 6720 + 2 = 6722$ lignes.

Pour former des unités d'un ordre supérieur, il faut diviser.

Veut-on savoir combien 640 chelins font de louis, $640 : 20 = 32$ louis.

69 onces $: 16 =$ 4 livres et 5 onces ; etc.

On voit d'après cela que, si l'on veut savoir ce que valent le $\frac{7}{8}$ de £1, il faut multiplier le numérateur par 20, et diviser le produit par le dénominateur. De cette manière, on trouve que

$\frac{7}{8}$ de £1 $= \frac{7 \times 20}{8} = 17$ ch. plus $\frac{4}{8}$: cette dernière fraction se réduit en pennys, en multipliant par 12 : $\frac{4 \times 12}{8} = 6$ pen.

Ainsi les $\frac{7}{8}$ de £1 sont 17 ch. 6d.

Le $\frac{1}{8}$ de £1 est 2 ch. 6d.

$\frac{2}{3}$ de toise valent $\frac{2 \times 6}{3} = 4$ pieds.

$\frac{5}{6}$ de 1 pieds valent $\frac{5 \times 12}{6} = 10$ pouces.

$\frac{4}{5}$ de 1 franc valent $\frac{4 \times 20}{5} = 16$ sous.

Les $\frac{7}{8}$ d'une livre sont $\frac{7 \times 16}{8} = 14$ onces.

Les $\frac{3}{5}$ de 1 arpent $= \frac{3 \times 10}{5} = 6$ perches.

Ainsi de suite. Cela s'appelle *évaluer une fraction d'une espèce donnée.*

Les fractions décimales s'évaluent de la même manière, mais il faut se rappeler que le dénominateur est sous-entendu. Ainsi, après avoir multiplié la fraction décimale par 20, par 12, par 6, par 16, etc. suivant la nature des unités que l'on veut avoir, comme ci-dessus, *il faudra diviser par* 10, ou *par* 100, ou *par* 1000, etc. selon que la fraction exprime des *dixièmes*, des *centièmes*, des *millièmes*, etc.

Soit proposé de trouver en chelins la valeur de 0,8 de 1£. multipliant 8 par 20, on a 160 ; on divise 160 par 10, parceque la fraction vaut des dixièmes ; cette division se fait au moyen d'une virgule (51 et 52), et l'on a 16,0. C'est-à-dire que les 0,8 d'un louis valent 16 chelins. Pareillement les 0,55 d'un chelin valent 55×12d. $= 660$, qui, divisé par 100, donne 6,60, ou ce qui est la même chose 6 pennys et $\frac{60}{100}$; simplifiant cette dernière fraction, on a 6d. $\frac{3}{5}$.

Il est inutile de donner un plus grand nombre d'exemples sur cet article. Nous voyons déjà que les fractions décimales jouissent d'un grand avantage sur les fractions ordinaires, puisque une virgule suffit pour faire une division : c'est ce que nous sentirons encore mieux par la suite.

Revenons à la multiplication des nombres complexes.

Prenons, pour 2e. exemple, 4 toises 2 pieds 5 pouces 7 lignes, à multiplier par 1 louis 6 ch. 2d.

Ces différentes unités ne sont autre chose que des fractions les unes des autres : Par exemple, 2 pieds valent $\frac{2}{6}$ de la toise ; 5 pouces, $\frac{5}{12}$ du pied, etc. réduisons tout à la plus petite espèce, suivant les règles de la remarque ci-dessus, et nous trouverons que 4 toise, 2 pouces, 5 pieds, 7 lignes valent 3811 lignes ; et comme 1 toise vaut 864 lignes, nous prendrons ce nombre pour dénominateur et nous aurons $\frac{3811}{864}$ toises.

Ensuite 1 louis 6 chelins 2 pennys valent 314 pennys. 1 louis valant 240 pennys, nous avons $\frac{314}{240}$ louis.

Donc $\frac{314}{240} \times \frac{3811}{864} = \frac{1196654}{207360}$ louis ou, en simplifiant, $\frac{598327}{103680}$. Divisant le numérateur par le dénominateur, on trouve

5 louis, plus $\frac{79927}{103680}$; multipliant le numérateur de cette dernière fraction par 20, pour réduire en chelins, et divisant par le dénominateur, on obtient 15 chelins, plus $\frac{43340}{103680}$, ou, en simplifiant, $\frac{2167}{5184}$; le numérateur multiplié par 12 et divisé par le dénominateur, donne 5 pennys plus $\frac{84}{5184}$ ou $\frac{7}{432}$.

Ainsi le produit cherché est 5 louis 15 chellings 5d. et $\frac{7}{432}$ de penny.

Cette méthode convient à toute sorte de nombres complexes, mais elle exige plus de calcul que celle que nous allons exposer.

Ce que nous allons dire n'étant que la conséquence rigoureuse, et même la répétition de ce que nous avons déjà dit sur la multiplication des nombres entiers et sur la multiplication des fractions, nous nous bornerons à quelques exemples propres à faire connaître l'usage et la légitimité de la multiplication des nombres complexes.

1er. On demande quel est le prix de 24 cordes de bois, à raison de 12 chelins 6 pennys la corde ?

```
  24
  12  6
 -------
  48
 24
  12
 -------
```

Réponse, 300 chelins, soit 15 louis.

On multiplie d'abord 24 par 12, selon les règles ordinaires ; en suite, considérant que 6d. sont la moitié d'un ch. il est clair qu'après avoir pris le multiplicande 12 fois, il faut le prendre encore une demi-fois, or la moitié de 24 est 12 que l'on écrit sous les produits partiels de 24 par 12 ; l'addition faite, on a 300 ch. Qui, divisés par 20, donnent 15 louis.

2e. Si une livre de sucre coûte 9 pennys, combien coûteront 27 livres 8 onces ?

	27 liv.	8 onces
	9d.	
27 liv. à 6d.	13ch.	6d.
27 liv. à 3d.	6	9
8 onc. ou $\frac{1}{2}$ liv. à 9d.		4 $\frac{1}{2}$
Produit total . . £1	0ch.	7 $\frac{1}{2}$d.

Il se présente une foule de moyens pour résoudre la question ; d'abord nous pourrions multiplier 27 par 9, ce qui nous donne-

rait 243d. et comme 9d. sont le prix de 1 liv., 8 onces étant $\frac{1}{2}$ liv. doivent valoir la moitié de 9d. ou 4d. et $\frac{1}{2}$, ce qui ferait en tout 247d. $\frac{1}{2}$, et divisant 247 par 12, nous aurions 20 ch. ou £1 et 7$\frac{1}{2}$d. De plus 9d. étant les $\frac{9}{12}$ ou $\frac{3}{4}$ du ch., il suffirait encore de prendre les $\frac{3}{4}$ de 27, etc.

Mais il est plus expéditif de décomposer 9d. en parties aliquotes du chelin, c'est-à-dire en 6d. qui sont $\frac{1}{2}$ chelin, et en 3d. qui en sont le $\frac{1}{4}$ ou la moitié du $\frac{1}{2}$ chelin : or, 6d. étant la moitié de l'espèce d'unités que nous voulons avoir au produit, nous prenons la moitié de 27, en disant : la $\frac{1}{2}$ de 2 est 1 que nous écrivons dessous ; le $\frac{1}{2}$ de 7 est 3 plus 1 ; nous posons 3 sous le 7 ; le 1 qui reste vaut 12d. dont la $\frac{1}{2}$ est 6d. que nous posons à droite des chelins ; de sorte que 27 liv. à 6d. font 13 ch. 6d. Il faut maintenant trouver ce que valent 27 liv. à 3d. : il suffirait, pour cela, de prendre le $\frac{1}{4}$ de 27, puisque 3d. sont le $\frac{1}{4}$ du ch. ; mais $\frac{1}{4}$ est la moitié du $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire que 3d. sont la $\frac{1}{2}$ de 6d. ; donc, puisque 6d donnent 13 ch. 6d., 3d. doivent donner la $\frac{1}{2}$ de ce prix. Disons donc : la moitié de 13 est 6 que nous posons sous 13, et il nous reste 1 ch. qui qui vaut 12d., et les 6d. qui sont à côté de 13 font 18, dont la $\frac{1}{2}$ est 9d. que nous plaçons sous le 6. Enfin il ne nous reste plus qu'à trouver le prix de 8 onces : considérons que, puisque 1 livre coûte 9d., 8 onces étant les $\frac{8}{16}$ ou le $\frac{1}{2}$ de la liv., le prix de 8 on. doit être nécessairement la $\frac{1}{2}$ de celui de 1 liv. ; la moitié de 9d. est 4d. $\frac{1}{2}$. En additionnant le tout, on trouve 20 ch. 7d. $\frac{1}{2}$, ou £ 1. 0. 7. $\frac{1}{2}$.

3e. Supposant qu'un minot de blé se paie 3 francs 15 sous, combien paiera-t-on 36 minots ?

	36
	3 15
36 à 3 francs font . .	108 francs.
36 à 10 sous	18
36 à 5 sous	9
Produit	135 fr. Réponse.

4e. Combien coûteront 18 livres $\frac{3}{4}$ de thé à 7 francs 17 sous la livre ?

18 liv. $\frac{3}{4}$
à . . . 7 fr. 17 sous :

18 liv. à 7 frs. valent . .	126 fr.			Produits de 18 par 7f. 17s. ou de 7f. 17 par 18 (22).
18 " à 10 sous " . . .	9			
18 " à 5 " " . . .	4	10 sous.		
18 " à 1 " " . . .	0	18		
18 " à 1 " " . . .	0	18		
$\frac{1}{2}$ " à 7f. 17s. vaut .	3	18	$\frac{1}{2}$	Produits de $\frac{3}{4}$ par 7f. 17s. ou de 7f. 17 par $\frac{3}{4}$.
$\frac{1}{4}$ " à 7f. 17s. " .	1	19	$\frac{1}{4}$	
18 " $\frac{3}{4}$ à 7f. 17 valent .	147f.	3s.	$\frac{3}{4}$,	*produit de 18 $\frac{3}{4}$ p. 7f. 17s.*

5e. S'agit-il de savoir combien coûteront 9 toises, 3 pieds, 4 pouces, 6 lignes d'ouvrage, à £2 4 ch. 5d. $\frac{1}{2}$d. la toise .

	9 t.	3 pi.	4 po.	6 lig.
	£ 2	4 ch.	5 d.	$\frac{1}{2}$
Produit de 9 toises par 2 louis	18			
" de do. par 4 ch. . .	1	16 ch.		
" de do. par 1 ch. . .	0—	9—		
" de do. par 4 d. . .	0	3		
" de do. par 1 d. . .	0	0	9 d.	
" de do. par $\frac{1}{2}$ d. . .	0	0	4	$\frac{1}{2}$ d.
" pour 3 pieds	1	2	2	$\frac{3}{4}$
" *pour 1 pied*	0—	7—	4—	$\frac{11}{12}$—.
" pour 4 pouces	0	2	5	$\frac{23}{36}$.
" *pour 1 pouce*	0—	0—	7—	$\frac{59}{144}$—.
" pour 6 lignes	0	0	3	$\frac{205}{288}$.
Produit total	£ 21	5 ch.	1 d.	$\frac{13}{32}$.

Multiplions 9 par 2, nous aurons 18 louis ; puis, pour multiplier 9 par 4 ch., considérant que 4 ch. sont les $\frac{4}{20}$ ou le $\frac{1}{5}$ de £ 1, (41) il faut prendre le $\frac{1}{5}$ de 9 toises, en disant : le $\frac{1}{5}$ de 9 est £ 1 plus £ 4 ; nous posons 1 sous 18, et les £ 4 restant valent 80 ch. dont le $\frac{1}{5}$ est 16 ch., que nous écrivons à droite des louis. (D'ailleurs il est aisé de voir que 9 t. à 4 ch. font 36 ch. ou £ 1

16 ch.) Maintenant il faut multiplier 9 t. par 5 d. ; nous avons plusieurs moyens de le faire : d'abord, 5 d. étant les $\frac{5}{12}$ du chelin, si nous connaissions le produit de 1 ch., nous n'aurions qu'à en prendre les $\frac{5}{12}$ pour avoir celui de 5d. ; cherchons donc pour 1 ch. en disant : puisque 4 ch. donnent £ 1 16 ch., 1 ch. donnera le $\frac{1}{4}$ de ce prix ; or, le $\frac{1}{4}$ de 1 n'est pas ; mettons 0 sous 1 ; ce 1 valant 20 ch., et 16 ch. font 36, dont le $\frac{1}{4}$ est 9 ch. (il faut avoir soin de barrer les chiffres de ce produit, afin de ne pas les faire entrer dans l'addition.*

Mais à présent, au lieu de prendre les $\frac{5}{12}$ de ce produit, décomposons 5d. en 4d. plus 1d. ; ayant le prix de 1 ch. il est facile d'avoir celui de 4d., puisque 4d. sont les $\frac{4}{12}$ ou le $\frac{1}{3}$ du ch. ; ainsi le $\frac{1}{3}$ de 9 est juste 3 ch. ; pour 1d., il n'y a qu'à prendre le $\frac{1}{4}$ du produit de 4d. : le $\frac{1}{4}$ de 3 ch. est 0 ; les 3 ch. valent 36d. dont le $\frac{1}{4}$ est 9d. Il nous reste encore à multiplier 9 t. par $\frac{1}{2}$d., ce qui est bien facile : puisque nous avons le produit de 1d., prenons-en la moitie, qui est 4d. $\frac{1}{2}$.

Jusque là nous avons multiplié 9 t. par 2 louis 4 ch. 5d. $\frac{1}{2}$, ou, ce qui est la même chose (22), nous avons multiplié 2 l. 4 ch. 5d. $\frac{1}{2}$ par 9 t.

Il nous reste à multiplier par 3 pieds 4 pouces 6 lig. : à cet effet, considérant que 3 pieds sont la $\frac{1}{2}$ de la toise, prenons la moitié de 2 l. 4 ch. 5d. $\frac{1}{2}$, qui sont le prix d'une toise, et nous aurons le prix de 3 pieds :

La $\frac{1}{2}$ de 2 l. est 1, que nous plaçons à la colonne des louis ; la $\frac{1}{2}$ de 4 ch. est 2, que nous écrivons pareillement sous les ch. ; la $\frac{1}{2}$ de 5d. est 2, plus un penny ; nous posons 2 à la colonne des pen., et il nous reste 1d. qui (39) vaut $\frac{2}{2}$, et le $\frac{1}{2}$ qui se trouve à côté de 5d. font (37) $\frac{3}{2}$, dont la moitié (31 et 46) est $\frac{3}{4}$ de penny.

Actuellement il faut multiplier par 5 pouces ; pour le faire plus facilement, formons un produit auxiliaire, comme nous l'avons fait précédemment, c'est-à-dire, cherchons le produit d'un pied, en prenant le $\frac{1}{3}$ de celui de 3 pieds : le $\frac{1}{3}$ de 1 est 0 ; 1 louis vaut 20 ch. et 2 font 22 ch. dont le $\frac{1}{3}$ est 7, plus 1 ch. qui vaut 12d.,

* Les Arithméticiens appellent cela un *faux produit*, mais il me semble que l'expression *produit auxiliaire* est préférable.

et 2 valent 14 ; le $\frac{1}{3}$ de 14d. est 4, plus 2d. qui valent $\frac{8}{4}$, et $\frac{3}{4}$ font $\frac{11}{4}$, dont le $\frac{1}{3}$ est $\frac{11}{12}$. Au moyen de ce produit de 1 pied, qu'il ne faut pas oublier de barrer, nous aurons le produit de 4 pouces, en prenant le $\frac{1}{3}$ de ce produit auxiliaire ; en effet, 1 pied vaut 12 pouces, donc 4 pouces sont les $\frac{4}{12}$ ou le $\frac{1}{3}$ de 1 pied. Ainsi le $\frac{1}{3}$ de 0 est 0 louis ; le $\frac{1}{3}$ de 7 ch. est 2, plus 1 ch. qui vaut 12d. et 4d. égalent 16, dont le $\frac{1}{3}$ vaut 5d. plus 1d. qui, réduit en fraction de celle qui vient après, vaut $\frac{12}{12}$, et $\frac{11}{12}$ font $\frac{23}{12}$ dont le $\frac{1}{3}$ égale $\frac{23}{36}$.

Enfin, il faut encore trouver le produit de 6 lignes : Si nous avions le produit d'un pouce, il suffirait d'en prendre la moitié, par avoir celui de 6 lig., puisque 6 lig. sont la moitié d'un pouce ; formons donc encore le produit auxiliaire de 1 pouce ; en prenant le $\frac{1}{4}$ du prix de 4 pouces : le $\frac{1}{4}$ de 0 est 0 louis ; le $\frac{1}{4}$ de 2 ch. est encore 0, mais 2 ch. valent 24d. et 5d. font 29, dont le $\frac{1}{4}$ est 7d., plus 1d. valant $\frac{36}{36}$ et $\frac{23}{36}$ égalent $\frac{59}{36}$, dont le $\frac{1}{4}$ vaut $\frac{59}{144}$. La $\frac{1}{2}$ de 0 égale 0 l. ; la $\frac{1}{2}$ de 0 égale 0 ch. ; la $\frac{1}{2}$ de 7 est 3d., reste 1d. qui vaut $\frac{144}{144}$ et $\frac{59}{144}$ font $\frac{203}{144}$ dant la $\frac{1}{2}$ vaut $\frac{203}{288}$.

En additionnant selon les règles données (37 et 63), on trouve £ 21 5 1. $\frac{19}{32}$. Cette fraction vaut $\frac{1}{2}$ penny et $\frac{3}{32}$ de penny, car elle peut être décomposée en $\frac{16}{32}$ plus $\frac{3}{32}$, et $\frac{16}{32} = \frac{1}{2}$.*

6e. Si 13 toises d'ouvrage coûtent 1 louis, combien en fera-t-on faire pour la somme de 36 louis, 12 ch. 3d.?

Presque tous les auteurs ont dit qu'il fallait prendre, pour multiplicande, le nombre qui exprime l'espèce d'unités que l'on veut avoir au produit, mais cette préférence est tout-à-fait inutile, ou le principe du No. 22 serait faux.

Ainsi multiplions 13 t. par 36 l. 12 ch. 3d. ou *vice versa*, et

---

* Dans la pratique, on ne calcule pas aussi rigoureusement les fractions ; on ne met que des $\frac{1}{2}$, des $\frac{1}{3}$, des $\frac{1}{4}$ ou des $\frac{1}{5}$ au plus, en ayant soin, lorsqu'on néglige quelque chose d'une fraction, de donner un peu plus de valeur à un autre, afin d'établir une compensation approximative.

nous aurons le même produit : rappelons-nous seulement que ce sont des toises que nous cherchons ici.

	£ 36	12ch.	3d.			
	13 t.					
Produit de 13 par 36 l.	108 T.	0 pi.	0 pou.	0 l.	0 pts.	
	360	0	0	0	0	
Do. par 10 ch.	6	3	0	0	0	
Pour 2 ch.	1	1	9	7	2	$\frac{2}{5}$.
Pour 1 ch.	0—	3—	10—	9—	7—	$\frac{1}{5}$—.
Pour 3d.	0	0	11	8	4	$\frac{4}{5}$.
Réponse . . .	475 t.	5 pi.	9 pou.	3 li.	7pts.	$\frac{1}{5}$.

On multiplie d'abord 36 par 13 ; ensuite, pour multiplier 13 par 12 ch., on prend la $\frac{1}{2}$ de 13, en disant : la $\frac{1}{2}$ de 13 est 6, plus une toise qui vaut 6 pi., dont la $\frac{1}{2}$ est 3 pi. : ces 6 t. et 3 pi. sont le produit de 10 ch. puisque 10 ch. sont la $\frac{1}{2}$ du louis. Il reste donc à prendre pour 2 ch., lesquels sont le $\frac{1}{5}$ de 10 ch. : ainsi le $\frac{1}{5}$ de 6 t. est 1, plus 1 t. valant 6 pi., et 3 pi. font 9, dont le $\frac{1}{5}$ est 1 pi., plus 4 pi. qui valent 48 pouces, dont le $\frac{1}{5}$ est 9 pou., plus 3 valant 36 lig., dont le $\frac{1}{5}$ est 7 li., plus 1 li. qui égale 12 points, dont le $\frac{1}{5}$ vaut 2 pts., plus $\frac{2}{5}$. Il faut maintenant multiplier par 3d. : pour le faire avec plus de facilité, on forme un produit auxiliaire, en cherchant pour 1 ch., et pour cela, il suffit de prendre la moitié de ce qu'ont donné 2 ch.

La $\frac{1}{2}$ de 1 t. est de 0 t. ; cette toise égale 6 pi., et 1 pi. font 7, dont la $\frac{1}{2}$ égale 3, plus 1 pi. qui vaut 12 pou., et 9 font 21 pou., desquels prenant la $\frac{1}{2}$, on a 10, et 1 pou. de plus, qui, réduit en lig., donne 12, et 7 font 19 li., dont la $\frac{1}{2}$ donne 9, et 1 de reste qui vaut 12 pts., et 2 valent 14, et la $\frac{1}{2}$ de 14 égale 7 sans reste ; la $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{5}$ égale $\frac{1}{5}$. Barrons ce produit auxiliaire et prenons-en le $\frac{1}{4}$, ce qui donnera pour 3d., puisque 3d. sont le $\frac{1}{4}$ de 1 ch. : le $\frac{1}{4}$ de 0 est 0 t. ; le $\frac{1}{4}$ de 3 est 0 pi., reste 3 pi., qui valent 36 pou., et 10 font 46, dont le $\frac{1}{4}$ est 11 pou., et il reste 2 pou., lesquels valent 24 li., et 9 font 33, dont le $\frac{1}{4}$ est 8 pou., plus 1 qui vaut 12 pts., et 7 égalent 19 ; le $\frac{1}{4}$ de 19 est 4 points, plus 3 qui valent

$\frac{15}{5}$ et $\frac{1}{5}$ font $\frac{16}{5}$ dont $\frac{1}{4}$ vaut $\frac{4}{5}$. En additionnant, on trouve 475 t. 5 p. 9 pou. 3 li. 7 pts. $\frac{1}{5}$.

Quelque compliquées que soient ces sortes d'opérations, en raisonnant comme nous venons de le faire dans ces sept exemples, il n'y a pas un cas qui puisse embarrasser l'homme le moins exercé et le moins habile; c'est pourquoi nous ne nous arrêterons pas davantage sur la multiplication.

DIVISION COMPLEXE.

66. Afin de faire marcher de pair la pratique avec la théorie, nous procéderons toujours par des exemples.

1er. On veut partager 1594 louis 7 ch. 11d. entre 29 personnes ; quelle sera la part de chacune ?

Ceci se rapporte à la remarque du No. 65. En effet, puisqu'il y a 29 copartageants, chacun doit avoir $\frac{1}{29}$ de la somme à partager ; or, si nous connaissions ce $\frac{1}{29}$, nous n'aurions qu'à le répéter 29 fois, pour former le dividende : Pour trouver ce $\frac{1}{29}$, il faut donc diviser £ 1594 7 11 par 29 (41).

Nous avons plusieurs moyens d'y parvenir : D'abord nous pourrions réduire le dividende tout en pennys, etc. mais il est plus commode de diviser d'abord les louis par 29, et ensuite évaluer les restes successifs en chelins, en pennys, comme on le voit ci-dessous.

Dividende	£ 159.4. 7 ch. 11d.	29 *Diviseur.*
	14 4	
Reste	28 l. × 20	£ 54 19 ch. 7d. *Quotient.*
	20	
Valent	560 ch.	
Plus	7	
Font	56.7. ch. *Nouveau dividende.*	
	277	
Reste	16 ch. × 12	
	12	
	32	
	16	
Valent	192d.	
Plus	11	
Font	203d. *Nouveau dividende.*	
Reste	000	

1594 l. divisés par 29 donnent 54 l. et 28 de reste que l'on reduit en chelins, auxquels on ajoute les 7 ch. qui sont dans le dividende, ce qui fournit 567 ch. qui, divisés par 29, donnent 19 et 16 de reste × 12 font 192d. et 11 valent 203d. dont le $\frac{1}{29}$ est juste 7d.

Chaque personne aura donc L 54 . 19 . 7 pour sa part.

Si l'on multiplie cela par 29, on trouvera le dividende (26, 65, 27 et 28.)

2e. Pour 24 verges de drap, on a payé 84 piastres ; combien cela fait-il la verge.

Réponse, 3 p. 2 ch. 6d.

67. Lorsque le dividende et le diviseur sont de même espèce, et que le quotient doit être d'une autre espèce d'unités, il faut réduire les unités du dividende, ainsi que celles du diviseur, à la plus petite espèce qui se trouve dans le dividende ; alors on opère comme on vient de le faire dans le 1er. exemple, en considérant les unités du dividende comme si elles étaient de même espèce que celles que l'on doit avoir au quotient.

Par exemple, si l'on proposait cette question : combien pour 1988 louis 12 chelins 11 pennys fera-t-on faire d'ouvrage, à raison de 9 chelins la toise ? Il est clair, par l'énoncé de la question, que le quotient doit être des toises, des pieds, des pouces, etc. Il faut donc réduire 1988 l. 12 ch. 11d. en pennys, ce qui (65) donne 477275 pennys. Pareillement 9 ch. valent 108d. C'est comme si l'on disait : une toise coûte 108d. ; combien aura-t-on de toises, pieds, pouces, etc. pour 477275d. ? Pour répondre à la question, il faut diviser 477275 par 108, et l'on trouve 4419 toises et un reste 23, lequel on multiplie par 6 pour avoir des pieds, 23 × 6 = 138, divisé par 108, donne 1 pied, et 30 de reste, que l'on multiplie par 12 pour avoir des pouces, etc.

Réponse, 4419 T. 1 pi. 3 pou. 4 lig.

Si les subdivisions du louis étaient les mêmes que celles de la toise, on n'aurait pas besoin de faire cette réduction préliminaire, mais le louis se divise en 20 ch. et la toise, en 6 pieds : si le quotient avait dû être des louis, des chelins, etc. il n'eût pas été nécessaire de faire cette réduction, parce qu'on l'aurait faite à mesure que l'on serait arrivé à un reste, où l'on aurait ajouté les 12 ch., les 11d. etc.

68. Jusqu'ici nous n'avons eu qu'un nombre complexe à diviser pour un nombre incomplexe : lorsque le diviseur est aussi complexe, il faut le réduire à sa plus petite espèce d'unités, et multiplier le dividende par le nombre de parties de la plus petite espèce du diviseur qui forment l'unité principale de ce même

diviseur, et l'on se conduit alors comme dans les cas précédens, en ayant égard à la nature des unités qui doivent former le quotient.

Exemple : 14 toises 2 pieds 10 pouces 3 lignes d'ouvrage ayant coûté 213 louis 14 chelins 5 pennys $\frac{1}{4}$, à combien cela revient-il la toise ? Il faut diviser £ 213 . 14 . 5 $\frac{1}{4}$ par 14 t. 2 pi. 10 pou. 3 lig. Pour cela, je réduit le diviseur tout en lignes (65), ce qui me donne 12507 lig. ; et comme 1 toise vaut 864 lig., mon diviseur est $\frac{12507}{864}$ toises, et il ne me reste qu'un nombre entier à diviser par une fraction (47). Donc £ 213 . 14 . 5 $\frac{1}{4}$ multipliés par 864, égalent 184655 louis 14 ch. (65). Je divise ce produit par 12507 (66), et j'ai pour quotient 14 louis 15 ch. 3d. et $\frac{1689}{4169}$, qui est effectivement le prix d'une toise. On voit que de cette manière, on ramène la question à n'avoir qu'un nombre complexe à diviser par un nombre incomplexe.— Les preuves des 4 opérations sur les nombres complexes, se font comme celles des opérations sur les nombres entiers.

EXPOSITION DU SYSTEME METRIQUE OU DECIMAL DE FRANCE.

69. Six sortes de mesures sont aujourd'hui usitées en France, savoir :

1°. Le *Mètre*, qui est l'unité de longueur ;

2°. Le *Stère*, qui est celle de volume ;

3°. L'*Are*, celle des mesures agraires ou de superficie ;

4°. Le *Litre*, pour les mesures de capacité ;

5°. Le *Gramme*, pour les poids ;

6°. Le *Franc*, pour les monnaies ;

Ce systême, qui est impérieusement commandé par les lois, s'appelle *métrique*, parce que toutes ces 6 unités se déduisent du mètre : on l'appelle encore *décimal*, parce que ces unités deviennent de dix en dix fois plus petites, et de 10 en 10 fois plus fortes.

Pour les multiples de ces unités, on s'est servi des mots tirés du grec :

Myra, qui veut dire	10000
Kilo,	1000
Hecto,	100
Deca,	10

Ainsi 1	*Myriamètre* signifie	10000	mètres ;
1	*Kilomètre*,	1000	do. ;
1	*Hectomètre*,	100	do. ;
1	*Décamètre*,	10	do. ;
1	*Hectolitre*,	100	litres ;
1	*Décalitre*,	10	do. etc.

Pour les subdivisions on a employé des mots tirés du latin :

Deci	0,1	ou dixième ;
Centi	0,01	100ème.
Milli	0,001	millième.

Par Exemple. 1 *Décimètre* est la 10me. partie du mètre ;
1 *Décilitre*, la 10e. partie du litre ;
1 *Centiare*, la 100e. partie de l'are, etc.

Pour le franc, on dit *décime*, *centime*.

70. Toutes ces unités, disons-nous, sont formées du mètre, et le mètre a été pris lui-même dans la nature.

La circonférence de la terre est de 20522960 toises, dont le quart, c'est-à-dire, la distance du *pôle* à l'*équateur*, est de 5130740 toises. On a divisé ce nombre par 10000000, et l'on a trouvé pour quotient T. 0,513074. En évaluent cette fraction (65), on trouve 3 pieds 0 pouces 11 lignes, et 0,296 de ligne. Telle est la longueur que l'on a adoptée pour le mètre.

1°. De sorte que le mètre est la 10 millionième partie du quart de la circonférence de la terre.

2°. Le *stère* sert à mesurer les bois de chauffage ; c'est un mètre cube, c'est-à-dire un volume qui a un mètre en longueur, en largeur et en hauteur.

3°. L'*are* est une surface carrée de 10 mètres de côté, ou 100 mètres carrés.

4°. Le *litre* est la capacité de 1 décimètre cube.

5°. Le *gramme* est le poids d'un centimètre cube d'eau distil-

lée prise à son *maximum* de densité, c'est-à-dire quelques degrés au-dessus de zéro : c'est le poids d'un *millilitre* d'eau.

6°. Le *franc* est une pièce d'argent alliée de $\frac{1}{10}$ de cuivre ; il pèse 5 *grammes ;* par conséquent, la pièce de 5 francs pèse 25 *grammes,* et 40 pièces de 5 francs pèsent 1000 grammes ou 1 *killogramme,* qui est le poids d'un litre d'eau pure.

Les pièces d'or de 20 francs pèsent 6,45161 grammes.

71. La circonférence de la terre est divisée en 360 degrés de 25 lieues. Puisque cette circonférence est de 20522960 toises, il est aisé de trouver ce que vaut 1 lieue : il n'y a qu'à diviser ce nombre de toises par 360, ce qui donne T. 57008,2222, etc. pour un degré ; et comme un degré vaut 25 lieues, on divise ce dernier nombre par 25, et l'on trouve qu'une lieue égale 2280,32888, etc toises. En multipliant 360 par 25, on voit que la circonférence totale du globe terrestre est de 9000 lieues.*

Si l'on veut comparer le pied au mètre, il faut réduire le pied et le mètre à la plus petite espèce d'unités, c'est-à-dire en millièmes de ligne. Ainsi, puisque le mètre vaut 3 pi. 11 lig. et 0,296, on aura lig. 443,296 ; ou ce qui et la même chose 443296 millièmes de ligne. 1 pied vaut 144 l. ; pour le réduire en millièmes, il faut le multiplier par 1000, ce qui donne 144000.

Conséquemment, 1 pied vaut en mètre $\frac{144000}{443296}$; simplifiant cette fraction, on a $\frac{4500}{13853}$ = 0,32484 mètre ; comme la toise vaut 6 pieds, on a une toise égale 0,32484 $\times$ 6 = m. 1,94904. Au contraire s'il s'agit d'exprimer le mètre en pieds, on a $1\frac{3853}{4500}$ = pi. 3,078444 . . . .

Ainsi l'ancien pied français vaut en mètre, à un millième près m. 0,324 . . . .

Le pied anglais vaut en mètre, à 0,001 près, m. 0,304.

Donc la toise anglaise vaut en mètre 0,304 $\times$ 6 = m. 1,824.

La toise française vaut m. 1,949 . . . .
" anglaise . . . 1,824 . . . .

---

* Depuis le système décimal, la circonférence est divisée en 400 parties appelées *grades.*

Comparaison (à un millième près) de quelques mesures étrangères, avec les mesures françaises.

MESURES LINEAIRES.	Mètre.	POIDS.	Grammes.
Ancien pied français,	0,324	Livre poids de marc,	489,2
Pied anglais,	0,304	Angl. { Livre Troy,	372,6
Vare de Castille,	0,836	Angl. { Avoir du poise,	453,1
Pied du Rhin,	0,313	Castille,	459,4
— de Vienne,	0,316	Cologne,	467,4
— d'Amsterdam,	0,283	Vienne,	558,6
— de Suède,	0,297	Amsterdam,	491,4
— de Russie,	0,354	Suède,	424,6
— de la Chine,	0,320	Russie,	409,5
Aune française,	1,188	Ou en *Kilogramme*,	0,489
Aune anglaise,	1,143	....	0,372
Verge anglaise,	0,914	etc.	

Au moyen de ce tableau et des règles que nous venons de donner, on pourra aisément comparer les unes avec les autres ces différentes unités, et les réduire à l'espèce que l'on voudra. Par exemple, pour réduire en mètres un certain nombre de pieds français, il n'y a qu'à multiplier le nombre de pieds par la fraction 0 m, 324 ; si ce sont des pieds anglais, il faut multiplier par 0,304.

Pour réduire en mètres des toises françaises, il faut multiplier par m 1,949; des toises anglaises, par m 1,824.

S'il s'agissait, au contraire, de réduire des mètres en pieds ou en toises, au lieu de multiplier, il faudrait diviser. Mais on peut aussi ramener l'opération à une multiplication, en prenant la valeur d'un mètre en pied et en toise.

Nous avons déjà vu ci-dessus que 1 mètre égale 3,07844 ...... pieds français. En réduisant une toise en millièmes de ligne, ainsi que nous l'avons fait pour le pied, on trouve que 1 mètre = 0,513074 toise.

On trouve de la même manière la valeur du mètre en pieds, pouces, lignes, points et réciproquement. Mais ayant trouvé ci-dessus une toise = m 1,949, en divisant ce nombre par 6, on en déduit 1 pied français = m 0,324 ...... Divisant celui-ci par 12, on a 1 pouce = m 0,02706 .....: Ce dernier divisé par 12, donne 1 ligne = m 0,002255. 1 point = m 0,00018798578 etc. Au contraire, un mètre valant T. 0,513074, si l'on multiplie par 6, on a 1 mètre = pi. 3,07844 ... ; multipliant par 12 pouces, 1 mètre = po. 36,9413 .... ; ainsi de suite. Une aune valant 6322 points, on n'a qu'a multiplier ce nombre par la valeur d'un point en mètre, et l'on a une aune = m. 1,188 ..... Enfin divisant ce dernier nombre par 1 aune, on a 1 mètre = 0,8414 ..... aune.

On parvient ainsi à former la table ci-dessus que l'on pourra étendre autant qu'on voudra.

La table suivante servira également pour convertir les monnaies en une espèce donnée.

Tableau de comparaison des monnaies d'Angleterre et des Etats-Unis avec les monnaies françaises, toutes supposées exactes de poids et de titre d'après les lois de fabrication :

	DENOMINATION DES PIECES.	Poids légal.	Titre légal.	VALEURS. Angl. £	s.	d.	Canada. £	s.	d.	Fran. frs. c.
	ANGLETERRE.	Gram.								
Or.	Guinée	8,3802	0,917	1	1	0	1	5	0	26,40
	Souverain depuis 1818 . . .	7,9808	0,917	1	0	0	1	4	6	25,20
Arg.	Couronne (Crown)	28,2514	0,925	0	5	0	0	5	0	5,80
	Chelin	5,6503	0,925	0	1	0	0	1	1	1,16
	ETATS-UNIS.									
Or.	Double Aigle de 10 Dollars .	17,480	0,917	2	5	0	1	10	0	55,21
	Aigle de 5 Dollars	8,740	0,917	1	2	6	1	5	0	27,60
Arg.	Dollar ou Piastre	27,000	0,903	.	.	.	0	5	0	5,42

N. B.—Les $\frac{1}{2}$, les $\frac{1}{5}$ et les $\frac{1}{4}$ de ces pièces ont le même titre, le $\frac{1}{2}$, le $\frac{1}{5}$, le $\frac{1}{4}$ du poids et de la valeur de la pièce.

Les anciennes pièces françaises n'ont plus de cours en France.

En général la monnaie anglaise qui a cours en Canada, y vaut un neuvième de plus qu'en Angleterre, mais la valeur des pièces d'or y varie quelquefois.

72. L'unité des surfaces et celle des volumes exigeant des notions de géométrie, ne sauraient trouver place ici : toutefois nous en dirons deux mots à la fin de cet ouvrage.

1re. *Question.*—Combien 32 pieds anglais valent-ils de mètres ? Puisque 1 pi. anglais vaut m. 0,304, on aura

$$0{,}304 \times 32 = \text{m. } 9{,}728 \ (54) \text{ ou m. } 9{,}73 \ (58).$$

2e. *Question.*—Que vaut un pied français en pied anglais ?

Réponse, $\frac{324}{304}$ = pi. 1,069 anglais ou (58) pi. 1,07.

3e. *Question.*—Quelle est la valeur d'un pied anglais en pied français ?

Réponse, $\frac{304}{324}$ = pi. 0,938 ou pi. 0,94.

Ce serait la même chose pour le toise, l'aune, etc. On compare de même la livre troy à la livre avoir du poise et réciproquement. Après avoir fait la réduction, comme nous venons de le faire, on évaluera la fraction décimale en pieds, pouces, lignes, points, livres, dragmes, onces, etc. suivant la remarque du No. 65.

La réduction des monnaies ne présente aucune difficulté.

4e. *Question.*—1 pied français coûtant 10 francs, quel sera le prix de 1 pied anglais ?

Puisque 1 pied anglais vaut 0,94 pied français, on aura 10 f. X 0,94 =9 f., 4 prix demandé. C'est-à-dire, 9 f. et 4 décimes ou 9 f. 8 sous.

1 décime vaut 1 penny ou 2 sous ; 5 centimes valent $\frac{1}{2}$ penny ou 1 sous, 25

centimes font 2d. ½, ou 5 sous. Enfin pour réduire un nombre quelconque de sous en centimes, puisqu'il faut 5 centimes pour 1 sous, il faut multiplier le nombre de sous par 5. Par exemple, 12 sous X 5 = 60 centimes, que l'on écrit f. 0,60.

15 s. X 5 = f. 0,75. 19 s. X 5 = f. 0,95, etc.

100 centimes font 1 f. . . 10 décimes font aussi 1 f. Veut-on savoir combien un certain nombre de centimes font de sous ; on le divise par 5.

Ainsi 85 cent. = 17 sous, etc.

5e. *Question.*—Si un mètre d'ouvrage coûte f. 8,75, combien coûtera une toise anglaise ?

1 toise anglaise valant m. 1,824, on a m. 1,824 X f. 8,75 = f. 15,96 ou f. 15 19 s.

6e. *Question.*—Quelle est la valeur de 1 aune française en verge anglaise ?

Réponse, $\frac{1,188}{0,914}$ = 1,299 verge anglaise ou 1,30 (58), ou encore 1,3 (50).

Pareillement 1 verge anglaise vaut $\frac{0,914}{1,188}$ = 0,767 aune française.

7e. *Question.*—Les soieries, en France, se vendant 5 francs l'aune, à combien cela revient-il la verge Anglaise ?

Puisque 1 verge vaut les 0,767 d'une aune française, il est évident que le prix d'une verge doit être les 0,767 du prix de 1 aune : il faut donc prendre 5 francs 0,767 de fois (41), ou ce qui est la même chose (22),

0,767 X 5 = f. 3,835 ou f. 3,84 : soit 3 f. 17 sous.

On arriverait au même résultat, en multipliant 5 f. par la fraction $\frac{0,914}{1,188}$.

8e. *Question.*—Supposé que 1 verge anglaise coûtât 5 fr. quel serait le prix de 1 aune française ?

1 aune valant 1,3 v., on a 1,3 X 5 = f. 6,5 ou 6 f. 10 sous. On aura la même réponse, si l'on multiplie 5 f. par $\frac{1,188}{0,914}$.

Moyens très-simples de se procurer un mètre à volonté.

1o. En plaçant bout à bout, sur une même ligne, 27 pièces de 5 francs, on aura précisément la longueur du *mètre.* (8 de ces pieces, ainsi rangées, font à peu près m. 0,3.)

2o. Si l'on a un pied anglais, on pourra prendre 3 pieds 3 pouces ⅓. Et 3 pieds 1 pouce français.

3o. Si l'on suspend une balle de fusil à un fil dont l'extrémité soit fixée à un clou fiché dans la muraille, en écartant légérement la balle de sa situation verticule, la laissant osciller sans toucher le mur, et que le nombre d'oscillations soit de 60 pendant uue minute, le pendule aura, à fort peu près, la longueur du *mètre,* en mesurant du point de suspension au centre de la balle.

Si, pendant une minute, l'on comptait moins de 60 oscillations, il faudrait allonger le fil, et le racourcir, s'il y en avait davantage, jusqu'à ce qu'on eût trouvé juste le nombre prescrit.

QUELQUES ALPLICATIONS DES PRINCIPES QUE NOUS AVONS DONNES.

(REGLES DE TROIS).

73. Ce serait ici le lieu de parler des proportions et des *règles* dites *de trois*, mais ces règles, quoique fort ingénieuses en elles-mêmes, sont souvent sujètes à bien des iuconvéniens, surtout quand une question se trouve un peù compliquée. : Nous allons démontrer que l'on peut facilement se passer des proportions, et donner les moyens de résoudre, sans leurs secours, toutes les questions qui s'y rapportent. On trouvera ce procédé nouveau, sans doute, mais on conviendra, nous l'espérons, qu'il est aussi facile, et peut-être plus simple que l'autre ; d'ailleurs, il est basé sur la raison, et à la partée de tout âge et de toute intelligence.

1er. Problême : 75 ouvriers ont gagné ensemble 96 louis ; combien 28 ouvriers, travaillant chacun autant que les premiers, gagneront-ils ?

1ère. Solution :

Si l'on connaissait la part de chaque ouvrier, en la multipliant par 75, nombre d'ouvriers, on aurait évidemment 96 louis : or la part de chaque ouvrier doit-être nécessairement la 75me. partie du gain total 96 louis : Il faut donc prendre le $\frac{1}{75}$ de 96 (41 et 42), ou diviser 96 par 75. Ainsi 96 l. divisés par 75 selon les principes du No. 66, donne £ 1 . 5 . 7 . $\frac{1}{5}$. Telle est la part que doit avoir chaque ouvrier. Si l'on multiplie cela par 75, on trouve effectivement 96 louis (65). Maintenant, pour répondre à la question, on dira : puisque 1 ouvrier seul gagne 1 l. 5 ch. 7d. $\frac{1}{5}$, 28 ouvriers doivent gagner 28 fois autant : donc, £ 1 . 5 . 7 . $\frac{1}{5}$ $\times$ 28 $=$ 35 l. 16 ch. 9 d. $\frac{3}{5}$ (65). C'est ce que gagneront 28 ouvriers.

On fera bien d'opérer de cette manière : $\frac{96}{75} =$ £ 1,28 (56) pour un ouvrier, et £ 1,28 $\times$ 28 ouvriers $=$ £ 35,84 (54).

L'opération étant terminée, on évalue la fraction 0,84 de louis en chelins, pennys, etc. (65), et l'on a £ 35 . 16 . 9 . $\frac{3}{5}$.

Nous ne saurions trop recommander l'usage des décimales ; comme on le voit, on fera dix opérations dans le même tems qu'on emploie pour en faire une sur les nombres complexes.

2e. Solution.

Considérons ce qu'est le nombre 28 ouvriers par rapport à 75 ouvriers (voir les questions sous le No. 72) : il est clair, d'après

l'énoncé de la question, que le travail de 28 ouvriers est les $\frac{28}{75}$ de celui de 75 ouvriers ; conséquemment, puisque 28 ouvriers fournissent les $\frac{28}{75}$ de la force de 75 ouvriers, ils doivent avoir les $\frac{28}{75}$ de 96 louis. Or il n'y a qu'à prendre les $\frac{28}{75}$ de 96 (41), et l'on obtient pour réponse à la question £ 35,84.

Mais en peut aussi réduire la fraction ordinaire en fraction décimale (56) $\frac{28}{75} = 0{,}3733 \times 96 =$ £35,84. C'est toujours le même résultat.

3e. *Solution.*

74. Représentons par x ce que doivent gagner 28 ouvriers par rapport à ce qu'ont gagné 75 ouvriers, et donnons-lui pour dénominateur le nombre 28, $\frac{x}{28}$; mettons pareillement sous la forme d'une fraction les nombres 96 louis et 75 ouvriers de cette manière $\frac{96}{75}$.

Il est évident que ces deux fractions doivent être parfaitement égales, puisque chacun des 28 ouvriers doit avoir autant que chacun des 75 ouvriers. Nous savons d'ailleurs que, pour être de même valeur, il n'est pas nécessaire que deux ou plusieurs fractions soient exprimées par les mêmes nombres, puisque une fraction peut être représentée d'une infinité de manières sans changer de valeur (32 et 34).

Nous avons donc $\frac{x \text{ louis}}{28 \text{ ouv.}} = \frac{96 \text{ louis}}{75 \text{ ouv.}}$

On sent que l'égalité de ces deux fractions existera toujours, bien que le nombre 28 puisse varier à l'infini ; car si le nombre 28 n'était que 14, par exemple, qui est la moitié de 28, le nombre inconnu, représenté par le numérateur x, diminuerait aussi de la moitié. Si le nombre d'ouvriers 28 devenait mille fois plus fort, la valeur du dividende ou du numérateur x deviendrait aussi mille fois plus forte, parce que plus il y aura d'ouvriers, plus ils gagneront ; donc l'égalité qui existe entre les 2 fractions sera invariablement la même.

Cela s'appelle *une équation.*

La partie qui se trouve à gauche du signe d'égalité, est le 1er. *membre* de l'équation, et la partie qui est à droite, est le 2e. *membre.*

Enfin puisque $\frac{x}{28} = \frac{96}{75}$, il est clair que si nous multiplions par le même nombre ces deux fractions, c'est-à-dire, les deux membres de l'équation, nous n'en troublerons point l'égalité : C'est cette propriété, évidente par elle-même, qui nous fera connaître la valeur de x. Multiplions donc les deux membres de notre équation par 28, et x se trouvera dégagée : Ainsi que nous l'a-

vons vu (42), pour multiplier une fraction par son dénominateur, il suffit de supprimer ce dénominateur : En effet, $\frac{x}{28}$, par exemple, signifie que le nombre inconnu x doit être divisé par 28, mais un nombre quelconque multiplié par 28 et ensuite divisé par 28, restera toujours le même.

Donc en supprimant le dénominateur de la fraction $\frac{x}{28}$, cette fraction se trouvera multipliée par 28 ; mais pour conserver l'égalité des deux quantités que nous comparons, il faut aussi multiplier $\frac{96}{75}$ par 28 (31). Nous nous contenterons pour le moment d'indiquer cette multiplication, et nous aurons $x = \frac{96 \times 28}{75}$.

Pour tirer le valeur de x, il n'y qu'à effectuer les calculs indiqués, c'est-à-dire multiplier 96 par 28 et diviser le produit par 75, ce qui donne £ 35,84 pour le gain de 28 ouv.

Maintenant, pour se convaincre de ce que nous avons dit, on n'a qu'à mettre le nombre 35,84 à la place du numérateur x, $\frac{35{,}84}{28} = \frac{96}{75}$, diviser les deux numérateurs, chacun par son dénominateur respectif, et l'on trouvera le même quotient £1,28 pour la part de chaque ouv.

Ou bien, réduire les deux fractions $\frac{35{,}84}{28}$ et $\frac{96}{75}$ au même dénominateur, on verra qu'elles sont parfaitement semblables et égales et toute chose.

Cela pourra servir de preuve à l'opération.

L'équation pouvait encore être posée ainsi : $\frac{x \text{ louis}}{96} = \frac{28 \text{ ouv.}}{75}$; $x = \frac{28 \times 96}{75}$.

Lorsque nous serons arrivés à des exemples très-compliqués, on sentira mieux la supériorité de cette méthode : par ce moyen, on pourra résoudre, sans peine, des problèmes dont la solution est impossible par le moyen des proportions.

REGLE GENERALE DES EQUATIONS.

Pour mettre un problème en équation, il faut bien comprendre l'état de la question ; représenter par des lettres les termes inconnus ; se rappeler que les *causes* doivent égaler les *effets :* Dans l'exemples précédent, 75 et 28 ouvriers sont les *causes ;* x et 96 louis sont les *effets.* On met les uns et les autres en forme de fractions, en fesant correspondre les termes de même espèce. On établit l'équation comme s'il s'agissait de vérifier l'opération. Pour dégager les termes inconnus, on fait passer tous les termes connus dans le 2e. membre, en leur donnant un signe contraire à celui qu'ils ont dans le 1er. Par exemple, si un nombre figure dans le 1er. membre comme numérateur, il doit figurer dans le 2e. membre comme dénominateur, et *vice versa :* Nous en avons donné la raison ci-dessus. Les termes inconnus se trouvant ainsi dégagés, on simplifie les fractions, s'il y a lieu, et il ne reste plus qu'à effectuer les calculs indiqués.

2e. Problème : 24 verges de drap coûtent 132 piastres ; combien coûteront 62 verges du même drap ?

1°. Cherchons le prix d'une verge, en prenant la vingt quatrième partie de 132 : $\frac{132}{24} = 5$ piastres $\frac{1}{2}$, ou en décimale p. 5,5 pour le prix de 1 verge ; et $5{,}5 \times 62$ verges $= 341$ piastres ; telle est la réponse.

2°. 62 verges sont les $\frac{62}{24}$ de 24 verges, donc le prix demandé doit être les $\frac{62}{24}$ de 132 p. ; or $132 \times \frac{62}{24} = 341$ p. même réponse.

3°. Soit encore par équation, en disant : plus il y a de verges, plus le prix sera élevé, donc $\frac{x \text{ p.}}{132} = \frac{62 \text{ v.}}{24}$ (voir le problème précédent), d'où $x = \frac{62 \times 132}{24} = 341$ p. soit £ 85 5, toujours même réponse.

3e. Problème : 15 ouvriers travaillant également ont mis 17 jours à faire un ouvrage ; combien 24 ouvriers de la même force que les précédents, emploieraient-ils de jours pour faire le même ouvrage ?

1°. Plus il y a d'ouvriers moins il leur faudra de tems. Ici la question est le contraire de la précédente.

Il n'y a donc qu'à prendre les $\frac{15}{24}$ de 17 jours : Mais nous pouvons simplifier la fraction, les deux termes sont divisibles par 3, ce qui nous donne $\frac{5}{8}$, et $17 \times \frac{5}{8} = \frac{85}{8} = 10$ jours $\frac{5}{8}$. On conçoit que si le nombre d'ouvriers était le double, le triple, le quadruple, etc. du nombre des 15 ouvriers, le nombre de jours serait la moitié, le tiers, le quart, etc. des 17 jours, etc.

2°. $\frac{x \text{ jours}}{17} = \frac{15 \text{ ouvriers}}{24}$; $x = \frac{15 \times 17}{24} = 10$ jours et $\frac{5}{8}$, ou j. 10,625.

Le numérateur x devant être moidre que le dénominateur 17, nous avons aussi mis le nombre 15 pour numérateur, car les deux fractions ne seraient plus égales, si nous prenions 24 pour numérateur de la 2e. fraction. Si l'on réduit au même dénominateur les fractions $\frac{10{,}625 \text{ j.}}{17}$ et $\frac{15 \text{ ouv.}}{24}$, on a $\frac{85}{136}$ et $\frac{85}{136}$, ce qui prouve la justesse, etc.

Le problème peut se résoudre encore plus simplement, en disant : puisque 15 ouvriers emploient 17 jours pour faire l'ouvrage en question, un seul ouvrier emploiera 15 fois plus de tems, c'est-à-dire $17 \times 15 = 255$ jours ; or, si un ouvrier emploie 255 j., 24 ouv. ne doivent employer que la 24e. partie de ce tems ; ainsi, $\frac{255}{24} = 10$ jours et $\frac{5}{8}$ de jour.

4e. Problème : 19 livres et $\frac{1}{2}$ de thé coûtent 146 chelins et 3 pennys ; on demande combien coûteront 34 liv. $\frac{3}{4}$ du même thé ?

Pour plus de facilité, réduisons en décimales les fractions qui accompagnent les entiere (56).

Liv. 19 $\frac{1}{2}$ = l. 19,5 ; 3 pennys valent $\frac{3}{12}$ de ch. = 0,25 : ainsi nous aurons 146,25 chelins.

34 $\frac{3}{4}$ = 34,75 livres.

Maintenant c'est comme si l'on disait, l. 19,5 coûtent 146,25 chelins, quel sera le prix de 34,75 livres ?

En divisant 146,25 par 19,5, on trouve que le prix de 1 livre est 7,5 ou 7 ch. $\frac{1}{2}$. Donc, le prix demandé est $34,75 \times 7,5 =$ 260,625 ch. ; ou (65) 260 ch, 7d. $\frac{1}{2}$. Soit £ 13. 0. 7. $\frac{1}{2}$.

L'étudiant fera bien de s'exercer à résoudre le même problème au moyen des deux autres procédés, et de se proposer beaucoup d'autres questions du même genre, qu'il pourra résoudre également de trois manières.

5e. Problème : Un bateau-à-vapeur doit arriver à Montréal en 22 heures, s'il fait 5 lieues par heure ; combien de tems mettra-t-il à faire le même trajet, en ne fesant que 3 lieues à l'heure ?

1°. Moins il fera de lieues en une heure, plus il lui faudra de tems ; nous avons donc $\frac{x \text{ h.}}{22} = \frac{5 \text{ lieues.}}{3}$

Donc $x = \frac{5 \times 22}{3}$, d'où $x = 33$ h. $\frac{1}{3}$.

2°. On peut encore raisonner ainsi : le tems qu'il emploiera à faire une lieue dans le 2d. cas, est les $\frac{5}{3}$ du tems employé dans la 1re. supposition ; il faut prendre les $\frac{5}{3}$ de 22 h. qui sont 33 $\frac{1}{3}$.

3°. En supposant que le bateau ne fît qu'une lieue à l'heure, il arriverait, non pas en 22 heures, mais dans un tems 5 fois plus long que s'il fait 5 l. à l'heure, c'est-à-dire qu'il n'arriverait qu'en

110h. Mais au lieu de ne faire que 1 l., il en fait 3 ; conséquemment, il ne lui faudra que le $\frac{1}{3}$ du tems qu'il mettra en ne fesant qu'une lieue.

Or, $\frac{110}{3} = 33\frac{1}{3}$, ou 33 heures et 20 minutes.

QUESTIONS COMPOSEES.

75. Les problèmes que nous allons résoudre ne presentent pas plus de difficulté que les précédens.

1er. Problème : Sachant que 8 arpens de terre ont rapporte en 3 ans 305 piastres, on demande ce que rapporteront 15 arpens en 7 ans, supposé que chacun des 15 arp. rapporte autant chaque année, que chacun des huit arp.

Les arpens et les années sont les *causes*, et les produits sont les *effets*.

On a $\frac{x \text{ piastres}}{305} = \frac{15 \text{ arp.}}{8} \times \frac{7 \text{ ans}}{3}$. Dégageant x, il vient, $x = \frac{15}{8} \times \frac{7 \times 305}{3}$.

Remarquons que l'on peut simplifier (34) quand il y a lieu ; diviser par le même nombre l'un des numérateurs et l'un des dénominateurs, n'importe lesquels, cela ne change rien au résultat et abrége beaucoup les calculs. Ici le numérateur 15 et le dénominateur 3 sont divisibles par 3, ce qui donne

$$x = \frac{5}{8} \times \frac{7 \times 305.}{1} \quad \text{D'où } x = 1334{,}375 \text{ piastres.}$$

Il n'y qu'à faire ce qui est indiqué, c'est-à-dire multiplier 305 par 7, multiplier le produit par 5, et diviser ce 2e. produit par 8. On trouve ainsi que 15 arpens rapporteront en 7 ans p. 1334,375 ou 1334 p. 1 ch. 10d. $\frac{1}{2}$. (65).

Soit £ 333. 11. 10. $\frac{1}{2}$.

2e. *Solution.*

Cherchons ce que rapportent 8 arpens en 1 an ; il suffit pour cela de diviser 305 piastres par 3, nombre d'années : 305 : 3 = 101,6666 piastres, rapport de 8 arp. en 1 an.

Puisque 8 arp. produisent 101,6666, un seul arp. doit produire le $\frac{1}{8}$ de cette somme : or, 101,6666 : 8 = 12,7083.

Le produit de 1 arp., en 1 an, étant 12,7083, il n'y a qu'a multiplier cela par 15, et l'on aura le produit de 15 arp. pour 1 an : 12,7083 × 15 = 190,6245.

Pour avoir pour 7 ans, il faut prendre cette somme 7 fois.

$$190{,}6245 \times 7 = 1334{,}3715 \text{ piastres.}$$

En évaluant la fraction 0,3715 (65), on trouvera à la fin un peu moins de $\frac{1}{2}$ penny, à cause de la fraction périodique 0,666, mais la différence n'est presque rien (58).

3e. *Solution.*

Multiplions 8 arp. par 3 ans, ce qui nous donnera 24, que nous considèrerons comme des arp. ou comme des années, n'importe : multiplions également 15 arp. par 7 ans ; le produit est 105.

Alors la question sera changée en celle-ci, mais le résultat n'en sera pas moins le même :

24 ans ou arp. ont rapporté 305 piastres ; combien rapporteront 105 arp. ou années ?

Réponse. Puisque 24 produisent 305, 1 seul arp. doit rapporter le $\frac{1}{24}$ de 305 ; conséquemment 105 rapporteront les $\frac{105}{24}$ de 305. Or $305 \times \frac{105}{24} = 1334{,}375$ piastres.

Soit l'équation $\frac{x}{305} = \frac{105}{24}$. $x. = \frac{105 \times 305}{24} = 1334{,}375.$

Nous pourrions encore donner d'autres moyens de solution, mais nous laisserons aux étudians le plaisir de les trouver eux-mêmes.

2e. Problème : 6 hommes, travaillant 7 heures par jour, ont mis 10 jours pour faire 20 toises d'ouvrage ; combien en feraient 4 hommes en 18 jours, travaillant 12 heures par jour ?

1°. Les hommes, les jours et les heures sont les *causes*, et les toises, les *effets :* on a donc $\frac{x \text{ t.}}{20} = \frac{4 \text{ ho.}}{6} \times \frac{18 \text{ j.}}{10} \times \frac{12 \text{ heu.}}{7}$.

D'où $x = \frac{4}{6} \times \frac{18}{10} \times \frac{12 \times 20}{7}$.

Simplifiant, $x = \frac{4}{1} \times \frac{3}{1} \times \frac{12}{7} \times 2$; d'où $x = \frac{288}{7} = 41$ t. $\frac{1}{7}$. *réponse.*

2°. Puisque chacun des 6 hommes travaille pendant 10 jours, un seul homme emploierait 6 fois plus de jours pour faire le même ouvrage ou 60 jours ; les journées étant composées de 7 heures, $60 \times 7 = 420$ heures ; réduisant pareillement les 18 journées de 4 hommes en heures, on a $18 \times 4 \times 12 = 864$ heures. Alors la question est changée en celle-ci : 420 heures de travail donnent 20 toises, combien donneront 864 heures ?

On pourrait chercher ce que donne 1 heure, en divisant 20 t. par 420, et l'on n'aurait qu'à multiplier le quotient par 864, ce qui satisferait à la question.

Ou ce qui est la méme chose, $20 \times \frac{864}{420} = 41$ t. $\frac{1}{7}$. réponse.

Soit $\frac{r}{20} = \frac{864}{420}$, etc.

QUESTIONS RELATIVES AUX INTERETS, AUX ASSURANCES, ETC.

76. 1re. *Question.*—Si 100 piastres rapportent 5 piastres dans un an, combien rapporteront 2725 piastres dans le mème tems ?

1°. Puisque 100 rapportent 5, 1 piastre ne rapportera que la centième partie de 5 p. ; or il suffit de prendre les 0,05 de 2725, car si une piastre rapporte 0,05 de piastre, la somme proposée doit rapporter 2725 fois 0,05. Ainsi $2725 \times 0{,}05 = 136{,}25$ p. ou 136 p. $\frac{1}{4}$.

2°. Soit $\frac{x \text{ int.}}{5} = \frac{2725}{100}$; d'où $x = \frac{2725 \times 5}{100} = 136{,}25$.

3°. 100 rapportant 5 d'intérêt, 200 donneront 10 ; 300 produiront 15, etc. Il s'agit donc de savoir combien la somme proposée contient de fois 100, et pour cela, il n'y a qu'à diviser cette somme par 100, ce qui se fait au moyen d'une virgule (51 et 52). On trouve ainsi, que 2725 vaut 27 fois cent, plus une fraction, c'est-à-dire 27,25 ; et $27{,}25 \times 5 = 136{,}25$.

Mais on peut aussi multipiier par 5, et ensuite diviser par 100, cela revient toujours au même.

77. Nous déduirons donc cette règle générale : *Pour avoir l'intérêt d'une somme quelconque pendant un an, il faut multiplier la* SOMME *ou* CAPITAL *par le* TAUX *de l'intérêt, et diviser le produit par* 100.

2e. Trouver l'intérêt, pour 1 an, de 170 louis, à 6 p. $\frac{0}{0}$ (6 pour 100).

$$\text{Réponse, } \frac{170 \times 6}{100} = £10{,}20 \text{ ou 10 louis 4 chelins.}$$

3e. Trouver l'intérêt de 15 louis à 5 p. $\frac{0}{0}$. pour 1 an :

$$\frac{15 \times 5}{100} = £0{,}75 \text{ ou 15 chelins.}$$

4e. On demande l'intérêt de f. 265,25 à 4 p. $\frac{0}{0}$.

$$\frac{265{,}25 \times 4}{100} = \text{f. } 10{,}61 \text{ ou 10 francs 12 sous } \tfrac{1}{5} \text{ de sous.}$$

5e. Quel sera l'intérêt de 324 louis 5 chelins pour 4 ans et $\frac{1}{2}$, à $3\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$ par an ?

1°. £ 324 . 5 . $\times$ $3\frac{1}{2}$ = (65) $\frac{£\,1134\,.\,17\,.\,6}{100}$ = (66) £ 11 . 6 · 11 · $\frac{7}{10}$ pour l'intérêt d'un an. Comme on demande pour 4 ans $\frac{1}{2}$, on a £ 11 · 6 · 11 · $\frac{7}{10}$ $\times$ $4\frac{1}{2}$ = (65), pour 4 ans $\frac{1}{2}$, £ 51 . 1 . 4 · $\frac{13}{20}$. Cette fraction de penny vaut un peu plus de $\frac{1}{2}$ d. : on peut l'évaluer en la décomposant en $\frac{10}{20}$ plus $\frac{3}{20}$; or (34) $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$; donc $\frac{13}{20}$ valent $\frac{1}{2}$ d. plus $\frac{3}{20}$ de penny.

2°. Nous allons maintenant résoudre la même question par le moyen des décimales, et l'on verra que nous avons eu raison de dire qu'il est plus expéditif d'opérer de cette manière : 5 chelins sont les $\frac{5}{20}$ de 1 louis, puisqu'il faut 20 chelins au louis (30). Mais $\frac{5}{10} = \frac{1}{4}$ (34), et $\frac{1}{4}$ = £ 0,25 (56). Au lieu de £ 324 · 5, nous aurons donc £ 324,25. Par les mêmes principes, 4 ans $\frac{1}{2}$ seront représentés par 4,5 ; enfin $3\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$, s'exprimeront par 3,5 p. $\frac{0}{0}$.

Alors nous avons pour l'intérêt d'un an,

$$£\,324{,}25 \times 3{,}5 = 1134{,}875\ (54).$$

Et (77) $\frac{£\,1134{,}875}{100}$ = £ 11,34875 (52), pour 1 an.

Multipliant ce nombre par 4,5 on a

$$£\,11{,}34875 \times 4{,}5 = £\,51{,}069375 \text{ pour 4 ans } \tfrac{1}{2}.$$

Evaluant la fraction 0,069375 en chelins, pen., etc., on a (65)

$$£\,51 \cdot 1 \cdot 4 \cdot \tfrac{13}{20}.$$

6e. Trouver l'intérêt de 140 louis à $2\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$ l'an, pour 6 mois seulement.

Comme six mois sont la moitié de l'année, on pourrait prendre la moitié de $2\frac{1}{2}$ qui est $1\frac{1}{4}$ ou 1,25, et l'on aurait $\frac{140 \times 1{,}25}{100}$ = £ 1,75, ou £ 1 · 15 · 0.

Mais on a aussitôt fait de chercher d'abord l'intérêt d'un an, et ensuite en prendre la moitié. Ainsi 140 l. à $2\frac{1}{2}$, ou à 2,5 p. $\frac{0}{0}$ donnent £ 3,50 pour 1 an.

La moitié est £ 1,75.

Si l'on demandait pour 1 mois, il faudrait prendre le $\frac{1}{12}$ de l'intérêt de 1 an ; pour 2 mois, ce serait les $\frac{2}{12}$ ou (34) le $\frac{1}{6}$; pour 3 mois, les $\frac{3}{12}$ ou le $\frac{1}{4}$; pour 5 mois, les $\frac{5}{12}$; pour 7 mois, les

$\frac{7}{12}$; pour 8 mois, les $\frac{8}{12}$ ou $\frac{2}{3}$; enfin pour 15 mois ce serait les $\frac{15}{12}$ ou les $\frac{5}{4}$, etc.

Pour 15 jours, la moitié de 1 mois, ainsi de suite.

7e. Combien rapporteront, en 1 an 4 mois et $\frac{1}{2}$, £ 212, à 7 p. $\frac{0}{0}$ l'an ?

$$\frac{212 \times 7}{100} = 14{,}84$$

Pour	1 an,	£ 14,84
"	4 mois,	4,94
"	1 *mois*,—	1,23—
"	$\frac{1}{2}$ mois,	0,61

Total, £ 20,39 = £ 20 . 7 . 9 . $\frac{3}{5}$.

On cherche d'abord pour 1 an, ensuite on prend le $\frac{1}{3}$, ce qui nous donne pour 4 mois ; pour 15 jours ou $\frac{1}{2}$ mois, on forme un produit auxilliaire (65), en prenant pour 1 mois qui est le $\frac{1}{4}$ de 4 mois ; on barre ce produit, et l'on en prend la moitié, ce qui fournit l'intérêt de $\frac{1}{2}$ mois et l'on additionne.

Comme on le voit, nous n'avons besoin, pour calculer les intérêts, ni des proportions, ni des équations ; c'est la chose la plus facile de l'Arithmétique. Toutefois nous allons résoudre quelques questions d'une autre manière, laquelle paraîtra peut-être encore plus simple et plus facile.

DE L'ESCOMPTE, ET QUESTIONS DIVERSES RELATIVES A LA BANQUE, AU COMMERCE, ETC.

78. 1re. *Question.* On veut faire escompter un billet de £450, lequel n'est payable que dans 2 mois et 20 jours ; la banque prend 6 p. $\frac{0}{0}$ l'an ; combien le porteur du billet doit-il recevoir ?

La banque payant actuellement le billet dont elle ne pourra encaisser le montant que dans 2 mois et 20 jours, doit retenir l'intérêt du tems que le billet a encore à courir.

Or nous pouvons facilement trouver cet intérêt par la méthode

des Nos. 76 et 77. Formons un produit auxiliaire, en cherchant l'intérêt d'un an :

$$\frac{450 \times 6}{100} = £\ 27$$

				ou en décimales,
Pour 1 *an*,	£ 27—	0—	0—	27—
" 2 mois,	4	10	0	4,5
" 15 jours,	1	2	6	1,13
" 5 jours,	0	7	6	0,37
Escompte demandé,	£ 6	0	0	6,00

De £ 450
ôtez 6

Reste £ 444 que doit payer la banque.

2°. Dans le commerce, on compte l'année de 360 jours et les mois de 30 jours, ce qui est indifférent quant au résultat. Ainsi 2 mois valent 60 jours et 20 jours font 80 jours que le billet a à courir. Or 80 jours sont les $\frac{80}{360}$ de l'année ; en simplifiant cette fraction, on a (34) $\frac{80}{360} = \frac{2}{9}$; donc il suffit de prendre les $\frac{2}{9}$ de l'intérêt de 1 an, pour avoir celui de 2 mois et 20 jours : $£\ 27 \times \frac{2}{9} = £\ 6$, etc.

2e. *Question.* Quel est l'intérêt de 3000 piastres à 4 p $\frac{0}{0}$ l'an, pour 7 mois ? On trouve pour l'intérêt d'un an 120 piastres, et les $\frac{7}{12}$ de 120 égalent 70 piastres pour réponse.

Soit l'équation $\frac{x \text{ int.}}{4\frac{0}{0}} = \frac{3000 \text{ p.}}{100} \times \frac{7}{12}$.

Les *effets* mis sous la forme de fraction égalent les *causes* mises aussi sous la forme de fractions et multipliées entre elles. 3000 p. et 7 mois sont les *causes* qui doivent produire l'intérêt x; 100 p. et 12 mois (ou 1 année) son les causes de l'*effet* 4 p.

Dégageant x (74), nous avons,

$$x = \frac{3000}{100} \times \frac{7}{12} \times 4$$

Simplifiant les fractions, il vient,

$x = 30 \times \frac{7}{3}$ d'où $x = 70$ piastres.

3e. *Question.* Trouver l'intérêt, pour 4 jours, de 5648 francs à 6 p. $\frac{0}{0}$ par an.

$$\frac{x \text{ int.}}{6 \frac{0}{0}} = \frac{5648}{100} \times \frac{4 \text{ jours}}{360}$$

$$x = \frac{5648}{100} \times \frac{4 \times 6}{360} = \text{f; } 3{,}77.$$

On voit encore d'après cela que, pour trouver l'intérêt d'une somme quelconque, quels que soient le taux de l'intérêt et le nombre de jours, il faut multiplier la somme proposée par le nombre de jours, multiplier le produit par le taux de l'intérêt, et diviser ce second produit par 36 $\times$ 1000 *ou* 36000.

Ainsi l'intérêt de £ 126 à 7 p. $\frac{0}{0}$ pour 50 jours est

£ 126 $\times$ 50 jours $\times$ 7 $=$ 44100, et $\frac{44100}{36000}$ $=$ £ 1 · 4 · 6, intérêt demandé.

Au reste toutes ces différentes manières de calculer les intérêts sont bonnes, et l'une pourra servir de preuve à l'autre.

4e. *Question.*—On a placé un capital à 10 p $\frac{0}{0}$ pendant 8 ans 4 mois ou 3000 jours ; l'int. s'est élevé à la somme de £4533 ; quel est ce capital ?

$$\frac{x \text{ cap.}}{100} \times \frac{3000\text{j.}}{360} = \frac{4533 \text{ int.}}{10 \frac{0}{0}}$$

Je dégage x, et j'ai (74),

$$x = \frac{4533}{10} \times 100 \times \frac{360}{3000}$$

Simplifiant, $x = 4533 \times \frac{36}{30}$.

Simplifiant encore, $x = 4533 \times \frac{6}{5}$, d'où $x =$ £ 5439,6 ou £ 5439. 12. 0.

Pour faire la preuve, on n'a qu'à chercher l'int. de £5439. 12. à 10 p. $\frac{0}{0}$, pour 3000 jours, et l'on trouvera £ 4533.

5e. *Question.*—7500 piastres ont rapporté, en 4609 jours, 7681,67 p. ; combien cela fait-il pour 100 par an ?

$$\frac{x \frac{0}{0}}{7681{,}67} = \frac{100 \text{ cap.}}{7500} \times \frac{360 \text{ j.}}{4609}\text{ ; d'où}$$

$$x = \frac{100 \times 360 \times 7681{,}67}{7500 \times 4609} = 8 \text{ p. } \frac{0}{0}.$$

6e. *Question.*—Combien faudra-t-il de jours pour que £ 348,5 ou £ 348. 10. 0. placés à 9 $\frac{0}{0}$, rapportent £ 13,94 ou £ 13. 18. 9. $\frac{3}{5}$ d'intérêt ?

$$\frac{x \text{ j.}}{360} \times \frac{348{,}5}{100} = \frac{13{,}94}{9}\text{; d'où}$$

$$x = \frac{13{,}94 \times 360 \times 100}{9 \times 348{,}5}$$

Simplifiant, $x = \frac{13{,}94 \times 40 \times 20}{69{,}7}$ réponse, 160 jours.

N. B. Par la manière dont nous venons d'opérer, toute personne pourra facilement établir une règle sure et invariable pour chacune de ces 3 dernières questions.

7e. *Question.*—Un négociant achète 25 balles de café pesant ensemble *brut* 7625 livres ; on est convenu de déduire 10 p. $\frac{0}{0}$. pour les emballages, etc. ; combien de livres l'acheteur aura-t-il à payer ? (76 et 77).

$$\frac{7625 \times 10}{100} = 762{,}5 \text{ liv. à déduire :}$$

De 7625 liv.
Otez 762,5

Reste net 6862,5 ou 6862 liv. et $\frac{1}{2}$.

8e. *Question.*—On fait assurer des propriétés et des marchandises estimées 4720 louis ; l'assureur prend $\frac{1}{4}$ p. $\frac{0}{0}$; à combien se montera l'assurance par an ?

Réponse, £ 11. 16. 0.

9e. *Question* —Avec un capital de 3645 louis, un négociant a gagné, dans une spéculation, £ 1275 15 ; combien a-t-il gagné par $\frac{0}{0}$?

$$\frac{x\,\frac{0}{0}}{\pounds\ 1275{,}75} = \frac{100}{3645}$$

$$x = \frac{100 \times 1275{,}75}{3645}$$

Réponse, 35 p. $\frac{0}{0}$.

10e. *Question.*—Une personne veut acheter 140 louis de rente à 4 p. $\frac{0}{0}$; combien doit-elle payer ?

Puisque 4 louis de rente coûtent £ 100, 1 louis de rente doit coûter le $\frac{1}{4}$ de £ 100 ou £ 25.

Conséquemment £ 140 coûteront 140 fois 25 ou £ 3500.

$$\text{Ou bien } \frac{x}{100} = \frac{140}{4}.$$

$$x = \frac{140 \times 100}{4} = \pounds\ 3500.$$

11e. *Question.*—On demande l'intérêt de £ 126 5, à 6 pour 100 par an, pour 5 mois seulement.

Réponse, £ 3. 3. 1 $\frac{1}{2}$.

REGLE DE SOCIETE OU DE COMPAGNIE.

79. 1re. *Question* : Trois associés veulent se partager 4500 louis qu'ils ont gagnés dans une entreprise commerciale ; le 1er. a fourni 300 louis, le 2e. 500 l., le 3e. 700 ; quelle est la part de chacun ?

En additionnant les 3 mises, on trouve que les fonds mis en société se montent à £ 1500.

Comparons chaque mise particulière avec la mise totale : si l'un des associés, par exemple, n'avait mis que £ 1, il ne lui reviendrait que la $\frac{1}{1500}$ partie du gain 4500 louis, c'est-à-dire $\frac{4500}{1500}$, ce qui lui donnerait £ 3. Par cette supposition, il est facile de déterminer le gain de chaque associé, car celui qui a fourni £ 300

doit avoir . . . . 300 fois £ 3 ou £ 900, 1re part,
celui qui a mis 500, aura 500 fois 3 ou 1500, 2e.
le 3e. . . . . . 700 fois 3 ou 2100, 3e.

4500 preuve.

Ce qui satisfait à la question.

On sent, d'ailleurs, que celui qui aurait fourni la $\frac{1}{2}$, le $\frac{1}{3}$, le $\frac{1}{4}$, etc. des fonds, aurait la $\frac{1}{2}$, le $\frac{1}{3}$, etc. du gain total. Le 1er. a fourni les $\frac{300}{1500}$ de la mise totale, le 2e., $\frac{500}{1500}$, le 3e. les $\frac{700}{1500}$; en simplifiant les 3 fractions, on a $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{7}{15}$.

Donc il revient au 1er. $4500 \times \frac{1}{5} =$ £ 900.
au 2e. $4500 \times \frac{1}{3} =$ 1500.
au 3e. $4500 \times \frac{7}{15} =$ 2100.

2e. *Question.* Une pièce de terre, contenant 14 arpens carrés, a été vendue 2450 piastres : 6 arpens doivent être payés à une personne, et les 8 autres à une 2e. personne ; combien revient-il à chacune d'elles ?

6 arpens sont les $\frac{6}{14}$ ou les $\frac{3}{7}$ de 14 arpens, donc la 1re. personne doit avoir les $\frac{3}{7}$ du prix de la vente.

Ainsi $2450 \times \frac{3}{7} = 1050$ p. pour la 1re. part.
Et 1050 ôtées de 2450, reste 1400 pour la 2e.

3e. *Question.* Trois marchands ont fait ensemble une spéculation dans laquelle ils ont gagné £ 80.

Le 1er. avait mis £ 50 pour 4 mois.
Le 2e. . . . 65 " 2 mois.
Le 3e. . . . 100 " 3 mois.

Quel est le gain relatif à chaque mise ?

Nous allons ramener cette question à la 1re. en disant : £ 50 en 4 mois rapporteront autant que 4 fois 50 ou £ 200 en 1 mois ; £ 65 pendant 2 mois rapporteront autant que 2 fois 65 pendant 1 mois, etc.

Il faut donc multiplier chaque mise particulière par le temps qu'elle est restée dans la société, ce qui donne 1er. 200, 2e. 130,

3e. 300 ; nous considérons ces 3 nombres comme les mises, et en opérant comme ci-dessus,

nous avons, 1re. part	£ 25.	7.	11.	$\frac{5}{21}$
2e. . .	16.	10.	1.	$\frac{19}{21}$
3e. . .	38.	1.	10.	$\frac{18}{21}$
Preuve,	£ 80.	0.	0.	0.

4e. *Question.* Il s'agit de partager £ 1800 entre 3 personnes de manière que la 1re. ait la moitié plus que la 2e., et la 3e., 3 fois plus que les 2 autres ensemble.

Supposons que la 1re. part soit 6,
La 2e. sera . . 3,
Et la 3e. 27.

La somme est 36.

Considérant ces 3 nombres comme les mises, il n'y a qu'à opérer comme dans la 1re. question, c'est-à-dire que la 1re. part sera les $\frac{6}{36}$ ou le $\frac{1}{6}$ de 1800, soit £ 300
la 2e. les $\frac{3}{36}$ ou le $\frac{1}{12}$ de 1800, 150
3e. 1350

1800, *preuve.*

Ce qui satisfait aux conditions.

5e. *Question.*—Trois négocians ont gagné 10500 piastres ; le premier a fourni 28000 piastres, le second 39000 p., le troisième 38000 ; Déterminez la part de chacun.

6e. *Question.*—Cinq particuliers s'étaient associés pour une entreprise où ils ont perdu 790 louis ; le 1er avait mis 640 louis, le 2e. 1250, le 3e. 980, le 4e. 800, et le 5e. 260 ; trouvez la perte de chacun.

7e. *Question.*—Un homme laisse en mourant 800 louis ; il a 4 héritiers, et ses valontés sont telles qu'ils doivent avoir part à la succession chacun selon son âge ; l'un d'eux est âgé de 18 ans, le 2e., de 36, le 3e. de 38, et le 4e. de 40 ; quelle est la part qui revient à chaque héritier ?

8e. *Question.*—8 ouvriers s'étaient associés pour faire un certain ouvrage, où ils ont gagné 68 piastres ; 3 d'entre eux ont travaillé pendant 5 jours, 2 autres, pennant 4 ½ jours, et le dernier a fait 9 journée ; combien revient-il à chacun ?

9e. *Question.*—Un négociant est déclaré en état de faillite ; il a 6 créanciers auxquels il fait l'abandon de tout son actif qui se monte à £ 3540 ; la créance du 1er. est de £ 2500, celle du 2e. de £ 1800, celle du 3e. se monte à £ 950, celle du 4e., à £ 1040, celle du 5e. est de £ 675, et enfin celle du 6e., de £ 894 ; cambien revient-il à chacun ?

10e. *Question.*—Partagez 150 piastres entre 4 personnes, de manière que la 1re. ait la moitié plus que la 2e., la 3e., 3 fois plus que les deux 1res. ensemble, et la 4e., 5 fois plus que la 1re.

11e. *Question.*—3 hommes s'étaient réunis pour faucher un pré, moyennant la somme de £4. 18 ; le 1er. a travaillé 4 jours et 8 heures par jour, le 2e. 5 ½ jours et 10 heures par jour, le 3e. a fourni 2 journées composées de 14 heures et ½ ; combien revient-il à chacun ?

REGLE D'ALLIAGE.

80. 1re. *Question.*—Un marchand a acheté 95 minots de blé, dont 25 à 4 francs le minot, 18 à 4 f. 10 sous, 12 à 5 f., et 40 à 7 f. ; on demande à combien lui revient le minot l'un portant l'autre ?

Si nous connaissions la somme qu'il a payée en tout, nous n'aurions qu'à la diviser par le nombre de minots, et nous aurions la réponse.

Ainsi	25 minots	à 4 f.	font	100 frs.
	18 "	à 4,5	"	81
	12 "	à 5	"	60
	40 "	à 7	"	280
Totaux,	95 minots.			521 frs.

Réponse, $\frac{521}{95}$ = f. 5,49 (58).

2e. *Question.*—On a mesuré d'une manière inexacte 3 fois la même distance ; on a trouvé

La 1re. fois 428 toises,
La 2e. 429
La 3e. 427 $\frac{1}{2}$

Somme, 1284 $\frac{1}{2}$

Quelle est la distance moyenne ?

Réponse : Il n'y a qu'à diviser par 3 la somme des résultats, et l'on obtient 428 toises et $\frac{1}{6}$ ou 1 pied. On peut adopter cette distance préférablement à l'une des 3 autres, parce que dans l'addition les erreurs se compensent.

3e. *Question.*—On a des vins à 7 et à 12 chelins le gallon ; quelle quantité doit-on prendre de chaque qualité de ces vins, pour faire un mélange qni revienne à 9 ch. le gal. ?

Réponse : Le mélange doit être fait de manière que le marchand n'éprouve ni perte ni profit, en vendant 9 ch. chaque gal.

du mélange. Or, il est clair que chaque gal. à 7 ch. procurera 2 ch. de profit ; que chaque gal. à 12 ch. occasionnera une perte de 3 ch., puisqu'il ne doit se vendre que 9 ch.

Il faut donc faire en sorte que le bénéfice que l'on fera sur le vin à 7 ch. compense la perte que donnera le vin à 12 ch. : Pour cela, il il suffit de prendre 3 gallons à 7 ch., et 2 gal. à 12 ch.

En effet, puisque le vin à 7 ch. donne 2 ch. de gain par gal., les 3 gallons que l'on prend donneront 6 ch. de gain, et le vin à 12 ch. donnant 3 ch. de perte par gal., la perte sur 2 gall. sera 6 ch. Donc, si le marchand perd 6 ch. d'un côté, il les gagne de l'autre, etc.

On voit d'après cela que le mélange se compose de 5 gallons, dont chacun contient $\frac{3}{5}$ du vin à 7 ch. et $\frac{2}{5}$ de celui à 12 ch.

On peut faire la preuve, en opérant comme dans la 1re. question.

3 galls. à 7 ch. = 21
2 do. à 12 ch. = 24

5 45

Et 45 : 5 = 9 ch. le gallon.

4e. *Question.*—Un particulier a de l'eau-de-vie à 10 et à 17 $\frac{1}{2}$ chelins le gallon ; il veut emplir une barrique de 50 gal., de manière que le gallon du mélange lui revienne à 13 $\frac{1}{2}$ ch. ; combien doit-il prendre de chaque qualité ?

1re. *Solution.*

En opérant d'abord comme si le nombre de gallons du mélange n'était pas donné, on trouve, par un raisonnement semblable à celui de la question précédente, qu'il faut 3 $\frac{1}{2}$ gal. ou 3,5 gal. à 17,5 ch. le gal., et 4 gal. à 10 ch., ce qui fait en tout 7,5 gal. ; donc les proportions du mélange sont $\frac{3,5}{7,5}$ de gal. à 17,5 ch. et $\frac{4}{7,5}$ à 10 ch., ou ce qui est la même chose $\frac{35}{75}$ et $\frac{40}{75}$ ou $\frac{7}{15}$ et $\frac{8}{15}$, en simplifiant. Ainsi on formera les 50 gal. du mélange, en prenant les $\frac{7}{15}$ de 50 ou 23 $\frac{1}{3}$ gallons, à 17 $\frac{1}{2}$ ch.

Et les $\frac{8}{15}$ de 50 ou 26 $\frac{2}{3}$ gallons, à 10 ch. : car 23 $\frac{1}{3}$ + 26 $\frac{2}{3}$ = 50.

D'ailleurs, 23 $\frac{1}{3}$ gal. à 17 $\frac{1}{2}$ ch. = 408 ch. 4d.
et 26 $\frac{2}{3}$ " à 10 ch. = 266 ch. 8d.

50 675 ch.

Et 675 : 50 = 13 $\frac{1}{2}$ ch. le gal.

2e. Solution.

50 gall. à 13 $\frac{1}{2}$ ch. le gal.
valent . . 50 × 13 $\frac{1}{2}$ = 675 ch.
à 10 ch. valent 50 × 10 = 500 ch.

Différence, 175

La différence des premiers prix est 17 $\frac{1}{2}$ — 10 = 7 $\frac{1}{2}$.

Divisant 175 par 7 $\frac{1}{2}$, le quotient est 23 $\frac{1}{3}$ gàll. qu'il faut prendre de l'eau-de-vie à 17 $\frac{1}{2}$ ch. On trouverait de la même manière la quantité qu'il faut prendre de l'eau-de-vie à 10 ch.. mais il suffit de faire une soustraction :

De 50 gallons
Otez 23 $\frac{1}{3}$ "

Reste à prendre, 26 $\frac{2}{3}$ gal. à 10 ch.

On peut proposer un grand nombre d'autres questions à ce sujet, lesquelles pourront paraître différentes au premier coup d'œil, mais avec un peu d'attention, on verra qu'elles sont aussi simples que celles que nous venons de résoudre, et qu'elles n'en different que par l'énoncé.

On voit qu'il suffit de savoir combiner les quatre règles fondamentales, pour être en état de résoudre tous les problèmes de l'arithmétique.

Nous joignons ici quelques questions pour servir d'application à tout ce que nous avons dit : les Commençans feront bien de s'exerces à les résoudre en les analysant, c'est-à-dire en les considérant sous tous les rapports possibles, comme nous l'avons fait jusqu'ici. C'est par l'analyse ou la comparaison des quantités connues, que l'on est conduit à la découverte de la quantité ou des quantités que l'on cherche ; c'est en soumettant ses calculs aux lois de la raison, qu'on peut s'assurer de l'exactitude des résultats que l'on obtient, et confirmer la légitimité des règles que l'on suit ; c'est enfin par des analyses particulières qu'on apprend à généraliser et à entendre ses idées.

QUESTIONS DIVERSES.

81. 1re. Un homme devait £ 574 ; il a payé £ 277 ; combien doit-il encore ?

Réponse, £297.

2e. Une personne dépense £ 7 par mois ; combien cela fait-il par an ?

Réponse, £ 84.

3e. Un ouvrier qui économiserait 2 pennys par jour, combien mettrait-il de côté dans 10 ans ?

Réponse, £ 30 . 8 . 4.

4e. Quel nombre faudrait-il ajouter à 6578, pour avoir 9546.

Réponse, 2968.

5e. Quelle serait, en 32 ans, la fortune d'un jeune homme qui commencerait un petit commerce avec 2 sous ou 1d seulement, et qui, par son activité, son travail et son économie, doublerait tous les ans son petit capital de 1 penny,

c'est-à-dire, en supposant que la 2e. année il eût 2d., la 3e. 4d., la 4e. 8d., ainsi de suite ?

Réponse, Un jeune homme qui agirait ainsi pendant 32 ans, gagnerait avec ses 2 sous la somme de £4473924 . 5 . 4 ; il serait le plus riche du monde.

6e. Quel est le nombre qui multiplié par 59, donne au produit 20473 ?

Réponse, ———

7e. Quel nombre faudrait-ajouter à 0,4735, pour faire 1 ?

Réponse, 0,5265.

8e. Combien coûtent 20 livres et $\frac{3}{4}$ de chandelles à 15 sous la livre ?

Réponse, 15 f. 11 sous.

9e. Quel est le nombre qui divisé par 529, donne 347 au quotient ?

Réponse, 183563.

10e. 7 $\frac{1}{2}$ livres de thé ont été payées £2 . 5 . 0 ; quel est le prix de 1 livre ?

Réponse, £0 . 6 . 0.

11e. Si $\frac{7}{8}$ de verge coûtent £1 . 8, combien coûtera un verge ?

Réponse, £1 . 12.

12e. Un homme dépense 12 sous par jour en boissons ; quelle somme amasserait-il en 25 ans, s'il buvait la moitié moins ?

Réponse, 2737 francs 10 sous.

13e. Quel nombre faudrait-il multiplier par 26, pour avoir 0,182 ?

Réponse, 0,007.

14e. Quelle est la valeur de 8 ch. en fraction décimale de louis ?

Réponse, £0,4.

15e. Une fontaine remplit un bassin en 5 heures, une autre fontaine le remplit en 6 heures ; en combien de tems le bassin serait-il rempli par les 2 fontaines coulant ensemble ?

Réponse, Dans une heure la 1re. fontaine remplirait le $\frac{1}{5}$ de la capacité du bassin, et la 2e. dans une heure fournirait le $\frac{1}{6}$ du bassin, ce qui ferait en une heure le $\frac{1}{5}$ plus le $\frac{1}{6}$ ou les $\frac{11}{30}$ du bassin : Donc pour remplir un seul trentième du bassin, il ne faudra qu'un onzième d'heure, et pour le remplir en entier, il faudra $\frac{30}{11}$ d'heure, ou 2 heures 43 minutes 38 secondes et $\frac{2}{11}$ de seconde.

16e. Un moulin fournit 25 quintaux de farine par jour, un second moulin en fournit 15 quintaux ; on demande en combien de jours les deux moulins donneront 1000 quintaux de farine ?

Réponse, en 25 jours.

17e. Deux associés ont gagné 4680 piastres ; l'un d'eux avait mis 324 piastres, et l'autre 456 ; combien revient-il à chacun ?

Réponse, ———

18e. 8 hommes en 12 jours ont coupé 28 cordes de bois ; combien en couperaient-ils en 15 jours ?

Réponse, En 1 jour ils en coupent $\frac{28}{12}$ de cordes ou 2 cordes et $\frac{1}{3}$. Donc en 15 jours, ils en couperont 15 fois 2 $\frac{1}{3}$ ou 35 cordes.

19e. Un tisserand fait 5 aunes de toile en 3 jours, un autre en fait 10 aunes en 7 jours ; quel est celui qui en fait le plus ?

Réponse, Réduisant les 2 fractions $\frac{5}{3}$ et $\frac{10}{7}$ au même dénominateur, on a $\frac{35}{21}$ et $\frac{30}{21}$, donc le 1er. en fait plus que le 2me.

20e. Si une livre de thé coûte 4 ch., quel sera le prix de 2 onces ?

Reponse, 6d.

21e. Réduire $\frac{3}{5}$ de louis en décimale :

Réponse, £ 0,6.

22e. En 42 louis combien de pennys ?

Réponse, 10080.

23e. En 3600 pennys combien de louis ?

Réponse, 15.

24e. 4 quintaux et $\frac{1}{2}$ de farine coûtent 14,625 piastres ou 14 piastres et $\frac{5}{8}$, ou bien encore 14 p. 3 ch. 1d. $\frac{1}{2}$; combien coûteront 15 quintaux et $\frac{3}{4}$?

Réponse, 51,1875 piastres ou 51 $\frac{3}{16}$ piastres, soit 51 p. 0 ch. 11d. $\frac{1}{4}$ ou bien £ 12 15 11 $\frac{1}{4}$.

25e. Réduire 6d. en fraction de louis.

Réponse, £ 1 valant 240d., on a $\frac{6}{240}$ louis $= \frac{1}{40}$ en simplifiant : ou en décimales £ 0,025.

26e. Réduire 0,125 et 0,8333, etc. en fractions ordinaires.

Réponse, ———

27e. Combien 20 livres poids de Troy valent-elles de livres *avoir du poise?*

Réponse, La livre Troy valant 372 grammes et l'autre 453, une livre Troy vaut $\frac{372}{453}$ livre avoir du poise ; donc 20 livres Troy vaudront 20 $\times$ $\frac{372}{453} =$ 16 liv. 6 onces 12 dragmes $\frac{76}{151}$ avoir du poise.

28e. Quel est l'argent le plus facile à gagner ?

Réponse, Celui que l'on économise.

29e. La France céda le Canada à l'Angleterre en 1763 ; combien y a-t-il de tems que le France ne possède plus cette colonie ?

Réponse, 73 ans.

30e. Pharamond, premier roi de France, fonda cette monarchie en 420 ; combien y a-t-il de tems que cette nation existe ?

Réponse, 1416 ans.

31e. La capitale du Canada se trouve située sous le 46e. degré 47 minutes 30 secondes de latitude Nord ; la capitale de la France est située sous le 48e. degré 50 minutes 14 secondes de la même latitude ; de combien Paris est plus au Nord que Québec ?

De	48	50	14	
ôtez	46	47	30	
Reste,	2	2	44,	Réponse.

Sachant que 25 lieues font 1 degré, qu'un degré se compose de 60 minutes, une minute, de 60 secondes, on pourra évaluer cette distance en lieues, en toises, en pieds, pouces, etc.

32e. Quebec étant $73\frac{1}{2}$ degrés de longitude occidentale, à partir du méridien de Paris, quelle est, à peu près, la distance de Quebec à Paris ?

Réponse : Puisque 1 degré se compose de 25 lieues, on a $73\frac{1}{2}$ ou $73,5 \times 25 = 1837,5$ lieues.

33e. Simplifiez la fraction $\frac{161}{437}$, par le moyen du plus grand commun diviseur.

Idem, $\frac{6075}{8100}$.

34e. Quel est l'intérêt de £ 27 4 8, pour 55 jours, à 5 pour 100 l'an ?

Réponse, ———

35e. Si 245 louis rapportent 9 louis 16 chelins en 1 an, combien rapporteront 125 louis en 2 ans et $\frac{1}{2}$, supposé que le taux de l'intérêt soit le même ?

Réponse : 125 louis sont les $\frac{125}{245}$ ou $\frac{25}{49}$ de 245 louis, conséquemment il suffit de prendre les $\frac{25}{49}$ de l'intérêt £ 9 16 ou £ 9,8 de 245 louis, ce qui donnera l'intérêt de 125 louis pour 1 an ; il ne restera qu'à le multiplier par $2\frac{1}{2}$ ou 2,5 pour satisfaire à l'énoncé de la question, et l'on aura 12,5 louis, soit $12\frac{1}{2}$ louis ou £ 12 10.

36e. 4 négocians, avec un fonds de 24000 louis, ont gagné 4526 louis ; déterminez le gain de chacun. Les mises de fonds sont égales.

Réponse, ———

37e. 8 chevaux ont consommé 370 minots d'avoine en 1 an ; combien 18 chevaux en mangeront-ils de minots en 2 ans et $\frac{1}{2}$?

Réponse, $2081\frac{1}{4}$ minots.

38e. Réduire 17 chelins en fraction décimale de louis.

Réponse, £ 0,85.

39e. Réduire 1 chelin en fraction décimale.

Réponse, £ 0,05.

2 ch.	=	£ 0,1
3 "	=	0,15
4 "	=	0,2
5 "	=	0,25
6 "	=	0,3
7 "	=	0,35
8 "	=	0,4
9 "	=	0,45

etc.

Le louis étant divisé en 20 parties ou 2 dixaines de parties, cela tient au systême décimal, et par conséquent rien n'est plus facile que d'exprimer les chelins en fractions du louis : on met d'abord un 0 et une virgule, et l'on dit :

la moitié de 2 est 0,1 ; la ½ moitié de 3 est 1, plus 1 qui vaut 10 dont la ½ est 5, ce qui fait 0,15 ; la moitié de 4 est 0,2 ; la moitié de 5 est 2, plus 1 qui vaut 10 dont la ½ est 5, ce qui donne 0,25, etc.

40e. La Terre tournant sur elle-même en 24 heures, quel est l'espace que ce mouvement nous fait parcourir en 1 heure ?

Réponse : Puisque la Terre tonrne en 24 heures, et que sa circonférence est de 360 degrés, divisant 360 par 24, on trouve que le mouvement diurne de la Terre est de 15 degrés par heure ; et comme chaque degré est de 25 lieues, on a 15 × 25 = 375 lieues, et 375 × 24 font 9000 lieues par jour. Mais, outre ce mouvement diurne, la Terre a son mouvement annuel qui est de 22952 lieues à l'heure, ou 383 lieues par minute.

41e. Rome, capitale de l'Italie, étant située au 10e. degré 8 minutes de longitude Est, méridien de Paris, et Montréal, au 75e. dégré 33 minutes Ouest, même méridien, on demande quelle heure il est à Rome et à Montréal, quand il est midi à Paris ?

Réponse. D'après ce qui a été dit dans la question précédente, on voit que chaque heure est de 15 degrés ; une heure se composant de 60 minutes, chaque degré vaut donc 4 minutes d'heure, et chaque minute de degré égale 4 secondes d'heure. Ainsi je multiplie 10 dégrés par 4, ce qui me donne 40 minutes ; je multiplie également les 8 minutes de degré par 4 secondes d'heure, et j'ai 32 secondes.

De sorte que, la Terre tournant d'Occident en Orient, et la longitude de Rome étant Est de celle de Paris, je vois qu'il est midi 40 minutes et 32 secondes à Rome, quand il est midi juste à Paris.—Je fais la même opération pour Montréal, c'est-à-dire, je multiplie 75 par 4, ce qui me donne 300 minutes, qui, divisées par 60, font 5 heures ; je multiplie ensuite les 33 minutes de degré aussi par 4, et j'obtiens 132 secondes qui valent 2 minutes et 12 secondes.

Donc, quand il est midi à Paris, il s'en faut de 5 h. 2 minutes 12 secondes qu'il soit midi à Montréal ; conséquemment,

De	12 h.	0 min.	0 sec.
Retranchant	5	2	12
Reste	6	57	48

on trouve que, quand il est midi à Paris, il est 6 heures 57 minutes 48 secondes du matin à Montréal (Canada).

Pour faire cette soustraction, on dit : 12 sec. de 0, on ne peut ; il n'est pas possible d'emprunter sur les minutes, puisqu'il n'y a que 0 ; on emprunte 1 h. sur les 12 h., cette heure vaut 60 minutes ; on en laisse 59, par la pensée, sur le 0 des minutes (on peut même écrire ces 59 si l'on veut), et il reste encore une minute qui vaut 60 secondes, desquelles ôtant 12 reste 48 ; 2 ôtées de 59 reste 57, et 5 ôtées de 11 reste 6.

42e. Quebec étant au 2e. dégré 3 minutes de longitude Est, méridien de Montréal, quelle heure est-il à Quebec, quand il est midi à Montréal ?

Réponse, Midi 8 minutes et 12 secondes.

DES PUISSANCES ET DES RACINES.

82. Un nombre, multiplié plusieurs fois par lui-même, forme ce qu'on appelle la 2e., la 3e., la 4e., etc. puissance de ce nombre, selon le nombre de fois que la multiplication est répétée.

4 est la 2e puissance de 2, parce que 2 fois 2 font 4 ; par la même raison, 25 est la 2e. puissance de 5, etc. 27 est la 3e. puissance de 3, parce que 3 fois 3 font 9, et 3 fois 9 font 27 ; 16 est la 4e. puissance de 2, parce que $2 \times 2 = 4$, $4 \times 2 = 8$ et $8 \times 2 = 16$; ainsi de suite.

Le nombre qui, multiplié par lui-même, fournit une puissance quelconque ou un nombre donné, est la 1re. puissance ou la racine du nombre donné.

La 2e. et la 3e. puissance, ainsi que leur racine, ont reçu des noms particuliers : on dit *carré* et *cube*, *racine carrée* et *racine cubique*.

36 est le carré de 6, et la racine carrée de 36 est 6.

125 est le cube de 5, et 5 est la racine cubique de 125.

Pour carrer, cuber un nombre, ou pour élever un nombre quelconque à une puissance donnée, il suffit de savoir faire la multiplication ; mais l'extraction des racines est soumise à des règles particulières.

DE LA RACINE CARREE.

83. Il n'y a pas de règle pour extraire en nombres entiers la racine carrée des nombres depuis 1 jusqu'à 100 ; elle se trouve dans la table suivante, qu'il faut savoir par cœur.

Carrés, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100.

Racines, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

On voit qu'un nombre entier composé de 2 chiffres seulement, ne peut avoir à sa racine qu'un seul chiffre en nombre entier ; qu'un nombre de 3 ou 4 chiffres en a 2, etc. et ainsi de suite.

C'est par l'analyse du carré même, c'est-à-dire en observant ce qui se passe dans la formation du carré, que nous découvrirons la méthode dont nous avons besoin pour revenir du carré à sa racine. Formons le carré de 46, mais en multipliant successivement les unités et les dixaines du multiplicande par celles

au multiplicateur, écrivons séparément chacun des produits partiels, afin de distinguer les diverses parties qui entrent dans la formation du carré.

```
  46 Racine.
  46
 ----
  36 unités, carré des 6 unités.
 24  dixaines, produit des 4 dixaines par les 6 unités.
 24  dixaines, produit des 6 unités par les 4 dixaines.
16   centaines, carré des 4 dixaines.
 ----
2116 unités, carré de 46.
```

1o. Multipliant les 6 unités du multiplicande par les 6 unités du multiplicateur, on a 36, qui est le carré des 6 unités de 46; 2o. les 4 dixaines du multiplicande, multipliées par les 6 unités du multiplicateur, donnent 24 dixaines (18), et les 6 unités du multiplicande, multipliées par les 4 dixaines du multiplicateur, donnent aussi 24 dixaines, ce qui est la même chose que le double des dixaines multiplié par les 6 unités, ou 48 dixaines; 3o. enfin, les 4 dixaines du multiplicande, multipliées par les 4 dixaines du multiplicateur, forment le carré des dixaines de 46 ou 16 centaines.

D'un autre côté, si l'on décompose le nombre 46 en deux parties, on a 4 dixaines et 6 unités, ou 40 + 6.

$40 \times 40 = 1600$. carré des dixaines.
2 fois $40 \times 6 = 480$. double produit des dixaines par les unités.
$6 \times 6 = 36$. carré des unités.

2116. carré de 46.

On obtiendrait de même le carré de tout autre nombre composé de dixaines et d'unités; 3257, par exemple, égale 325 dixaines plus 7 unités.

Nous voyons que le carré 2116 se compose : du carré des dixaines, du double des 4 dixaines multiplié par les 6 unités, et du carré des unités de 46.

84. Donc, *le carrée d'un nombre quelconque, composé de dixaines et d'unités, contient 3 parties, savoir : le carré des dixaines, le double produit des dixaines par les unités, et le carré des unités.*

Ces trois produits expriment respectivement des centaines, des dixaines et des unités (18).

D'ailleurs ce que nous venons d'observer n'est qu'une conséquence de ce que nous avons dit de la multiplication, et peut s'appliquer à tout autre nombre que 46.

De même, si l'on veut comprendre parfaitement ce qui suit, on fera bien de se rappeler les démonstrations que nous avons faites touchant la division, car ce que nous allons dire n'est qu'une conséquence immédiate des règles de la division (26).

85. Proposons-nous maintenant de de revenir du carré d'un nombre entier quelconque à sa racine.

1er. *Exemple.* Extraire la racine carrée de 2116.

Je dispose le calcul comme pour faire une division, en laissant la place du diviseur pour y mettre la racine,

carré	21.16	46 racine
	16	
		$86 \times 6 = 516$
1er. reste,	51.6	
	51 6	
2e. reste,	0	

et je dis : puisque le nombre 2116 a plus de 2 chiffres, sa racine doit avoir des dixaines et des unités ; ce nombre contient donc le carré des dixaines, le double produit des dixaines par les unités, plus le carré des unités ; je commence par chercher les dixaines de la racine, et pour cela, j'abserve que, le carré des dixaines étant nécessairement des centaines, ces dixaines ne peuvent se trouver que dans les 21 centaines de 2116 (17 et 18) ; je sépare donc par un point les deux derniers chiffres à droite, puisqu'ils ne font point partie du carré des dixaines, et je trouve que la racine carrée de 21 est plus de 4, mais elle ne peut pas être 5, car $5 \times 5 = 25$, plus fort que 21 ; je conclus donc que 4 doit être le chiffre des dixaines de la racine ; je pose 4 à droite de 2116 ; je carre ces 4 dixaines, et j'écris le produit 16 centaines sous 21 ; la soustraction faite, il reste 5. Ce reste provient des retenues faites sur les deux autres parties du carré. A côté de 5, j'abaisse les deux autres chiffres 16 de 2116, ce qui donne 516, ou 51 dixaines et 6 unités. Ayant trouvé les dixaines de la racine, il s'agit d'en trouver les unités ; à cet effet, je considère que le reste 516 ne contient plus que deux parties du carré 2116 (le double produit des dixaines par les unités, et le carré des unités de la racine).

Mais puisque je connais déjà les dixaines de cette racine, il m'est facile d'en avoir le double : je prends 2 fois les 4 dixaines déjà trouvées, ce qui me donne 8 dixaines, que j'écris sous le 4.

Au moyen de ces 8 dixaines, je puis facilement trouver les unités de la racine ; car, le nombre 516 n'étant que la somme du produit de ces 8 dixaines multipliés par les unités que je cherche, et du carré de ces mêmes unités, je vois que 516 contient un produit dont l'un des facteurs est 8 dixaines : or, un produit et l'un de ses facteurs étant connus, il est facile de trouver l'autre facteur (26). Il est évident que ce facteur sera le chiffre des unités de la racine. Mais il faut encore faire attention que 8 dixaines multipliées par des unités, ne peuvent donner que des dixaines (16, 17 et 18) ; conséquemment, le produit des

8 dixaines par les unités, ne peut se trouver que dans les 51 dixaines de 516 ; de plus, je sais que, outre le produit des 8 dixaines par les unités, 51 doit contenir aussi les retenues faites en multipliant les unités par les unités. Le dernier chiffre à droite du nombre 516, ne fait donc pas partie du produit dont je cherche l'un des facteurs ; je le sépare par un point, et je divise seulement 51 par 8 (ou 510 par 80), et je trouve que 51 contient 6 fois 8, d'où je conclus que 6 doit être le chiffre des unités de la racine, et je le place à côté du 4.

Cependant il peut arriver que le chiffre que l'on trouve de cette manière soit trop fort (jamais trop petit).

Pour connaitre si c'est le chiffre qui convient, on pourrait carrer 46, ct retrancher le produit de 2116, le reste 0 indiquerait que 46 est la racine demandée ; mais, sachant que 516 est composé du double des 4 dixaines (ou 8 dixaines) multiplié par les 6 unités et du carré des 6 unités, il suffit de chercher la somme de ces deux parties et de l'ôter de 516 : or le double des dixaines de la racine étant 80, on a $80 \times 6 = 480$:

le carré des unités est $6 \times 6 = 36$

Ce qui fait 516

et $516 - 516 = 0$.

Mais pour faire la méme vérificatton, au lieu de 2 multiplications que nous venons de faire, on n'en fait qu'une : puisque le multiplicateur est le même si l'on additionne les deux multiplicandes 80 et 6, on a la somme 86, laquelle multipliée par le multiplicateur commun 6, doit donner le même résultat que si l'on multiplie 80 par 6, 6 par 6, et ensuite réunir les deux produits qui sont 516. En réunissant de cette manière les deux multiplicandes, on additionne en quelque sorte les produits partiels avant d'avoir fait la multiplication. Au reste ceci est une conséquence de ce que nous avons dit aux No. 23 et 37. Ainsi, après avoir trouvé le chiffre 6, je l'écris à la racine, et le place encore a côté du double des dixaines, ce qui fait 86 que je multiplie par le même chiffre 6, je retranche le produit du reste 516, et il ne reste rien, parceque 2116 est un carré parfait.

66. Si, en fesant la vérification que nous venons d'indiquer, le produit se trouvait plus fort que 516, la soustraction ne pourrait se faire, d'où il faudrait conclure que le chiffre mis à la racine est trop fort ; il faudrait lui en substituer un autre.

On connaîtrait au contraire que ce chiffre est trop petit, si, après avoir fait la sonstraction, le reste était le double de la racine totale plus 1 : mais cela ne peut jamais arriver quand on prend le quotient au plus fort.

On arrivera à un reste toutes les fois que le nombre proposé ne sera pas un carré parfait : Alors, au moyen des décimales, on pourra approcher tant qu'on voudra de la racine véritable, ainsi que nous le verrons ci-après, mais il ne sera jamais possible de l'assigner exactement.

87. 2e. *Exemple.* On demande la racine

du carré	28.57.97.16	5346 Racine.			
	25				
		103	1064	10686	
1er. reste,	35.7	3	4	6	
	309				
		309	4256	64116	
2e. reste,	489.7				
	4256				
3e. reste,	6411.6				
	64116				
4e. reste,	00				

Je dis : le nombre proposé ayant plus de deux chiffres, sa racine se décompose en dixaines et en unités (83 et 84) ; or des dixaines multipliées par des dixaines donnent des centaines ; en d'autres termes, le carré des dixaines du nombre proposé ne peut être compris que dans les 285797 centaines de ce nombre ; donc, les deux derniers chiffres 16 à droite de 28579716, ne font point partie du carré des dixaines ; je les sépare par un point. Ainsi, pour avoir les dixaines de la racine demandée, la question se réduit pour le moment, à extraire la racine de 285797 ; mais ce nombre a plus de 2 chiffres, la racine doit avoir des dixaines et des unités ; donc les deux derniers chiffres ne peuvent faire partie du carré de ces nouvelles dixaines ; il ne peut se trouver que dans les 2857 centaines ; je sépare ces deux chiffres. Pour avoir ces nouvelles dixaines, il me reste donc à déterminer la racine carrée de 2857 ; mais ce nombre ayant encore 4 chiffres, sa racine en aura au moins 2 ; et, toujours par les mêmes raisons, le chiffre des dixaines de cette racine ne peut se trouver que dans les 28 centaines de 2857 ; je sépare les deux chiffres 57 à droite (le nombre proposé se trouve ainsi partagé en tranchee de deux chiffres).

Je cherche la racine de la première tranche à gauche , elle est 5, que je pose à droite du carré total ; je carre 5, et je retranche le produit 25 de 28 ; à côté du reste 3, j'abaisse la tranche suivante 57, ce qui ne donne 357. Je sépare par un point le chiffre 7 (85), et je divise 35 par 10, double de la racine déjà trouvée :

j'écris le quotient 3 à droite de la racine 5, et à droite du diviseur 10, double de 5 ; je forme le produit de 103 par 3, lequel je retranche de 357 ; à côté du reste 48, j'abaisse la tranche suivante 97, ce qui fait 4897, dont je sépare le dernier chiffre ; je forme un nouveau diviseur, en prenant le double de la racine 53 ou 106 ; 489, divisé par 106, donne 4, que je pose à la suite de la racine et à droite du diviseur 106, ce qui fait 1064 $\times$ 4 $=$ 4256, que j'ôte de 4897 ; à côté du resté 641, je place la dernière tranche 16, et j'ai pour dernier dividende 64116, mais je ne dois pas y comprendre le 6 à droite ; je le sépare ; je double la racine 534 déjà obtenue, et j'ai pour diviseur 1068 ; il est contenu 6 fois dans 6411, etc.

REGLES.

88. On voit que pour extraire la racine carrée d'un nombre, *il faut le partager en tranches de deux chiffres, en allant de droite à gauche ; la dernière tranche a gauche pourra quelquefois n'avoir qu'un chiffre, et la racine contiendra autant de chiffres qu'il y aura de tranches.*

Si après avoir abaissé une tranche et séparé le dernier chiffre à droite, le nombre ne pouvait pas contenir le diviseur, il ne faudrait pas pour cela employer ce dernier chiffre ; il faudrait mettre un 0 à la racine, et ensuite abaisser un autre tranche.

Le nombre pris pour dividende ne peut jamais contenir plus de 9 fois le diviseur.

Quoique le carré soit composé de 3 parties, quel que puisse être le nombre, on ne considère que deux parties dans la racine : les dizaines et les unités.

Quand le nombre proposé n'est pas un carré parfait, on a un reste à la fin de l'opération : Alors la racine que l'on a trouvée n'est que la racine du plus grand carré contenu dans le nombre proposé ; la racine de ce nombre, quoiqu'elle existe, ne peut être exprimée exactement par aucun nombre, mais on peut en approcher de manière qu'elle diffère d'aussi peu qu'on voudra. Pour cela, *il faut ajouter à droite, par le moyen de zéros, autant de tranches que l'on veut avoir de chiffres décimaux à la racine ; c'est-à-dire que, pour avoir des centièmes, on ajoute 4 zéros, pour des millièmes, 6 zéros, etc.*

Pour carrer une fraction ordinaire, il suffit de la multiplier par elle-même. Ainsi le carré de $\frac{4}{5}$ est $\frac{16}{25}$.

D'où l'on voit que, pour extraire la racine carrée d'une fraction, *il faut extraire séparément la racine de chaque terme de la*

fraction. Mais on peut ramener les 2 opérations à une seule, en multipliant les deux termes de la fraction par son dénominateur.

Quant aux nombres décimaux, ils ne diffèrent pas des nombres entiers, *en ayant soin toute fois de rendre pair le nombre des décimales au moyen de zéros*, ce qui n'en change pas la valeur.

La racine carrée de 0,00421201 = 0,0649.

1er. *Problème.* Les deux petits côtés d'un triangle rectangle sont, l'un de 3 toises, l'autre de 4 ; trouver le grand côté. On forme le carré de chacun des petits côtes, et l'on réunit ces deux produits, ce qui donne 25 qui est le carré du grand côté ; conséquemment la racine carrée de 25 étant 5, le côté demandé a 5 toises.

2e. *Problème.* Le grand côté d'un triangle rectangle est de 5 toises, et l'un des petits, de 4 ; trouver l'autre petit côté.

On carre chacun des deux côtés connus, et l'on retranche le petit du grand ; la racine carrée du reste 9 donne le côte demandé, qui est de 3 toises. Cela peut servir à mesurer une distance dont les lieux seraient inaccessibles.

3e. *Problème.* Quel est le nombre qui multiplié par lui-même, donne 229441 ?

Réponse, 479.

DE LA RACINE CUBIQUE.

89. Les cubes des 9 1ers. nombres étant moindres que 1000, pour revenir de ces cubes à leur racines, il suffit de savoir la table suivante :

Cubes	1,	8,	27,	64,	125,	216,	343,	512,	729,	1000.
Racines cubiques	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	10.

Avant de passer à l'extraction de la racine cubique des nombres entiers* supérieurs à 1000, voyons comment se forme le cube d'un nombre de plusieurs chiffres, et quelles sont les parties qui entrent dans ce cube (il faut concevoir la racine décomposée en dixaines et en unités).

Soit proposé, par exemple, de former le cube de 46 : on a d'abord

46 X 46 = 2116, carré de 46 ;

et 2116 X 46 = 97336, cube de 46.

Ainsi nous voyons que le cube d'un nombre quelconque se compose du carré de ce nombre multiplié par ce même nombre. Mais nous avons vu (84) que le carré d'un nombre composé de dixaines et d'unités contient 3 parties : le carré des dixaines, le double des dixaines multiplié par les unités et le carré des unités. Si l'on multipliait séparément ces 3 parties du carré par les dixaines et par les unités du nombre proposé, on obtiendrait 6 produits partiels, lesquels se réduiraient à 4, parce qu'il y en aurait 3 de semblables, vu que le

* Ayant dépassé de beaucoup les bornes que je m'étais prescrites dans la composition de cet ouvrage, j'ai été obligé de supprimer bien des choses, et je suis encore forcé d'abréger ici, pour ne pas augmenter le prix de ce livre.

nombre proposé se trouve 3 fois facteur du produit ou cube. Au reste formons le cube de 46, en le décomposant, et mettons les divers produits en évidence :

40 X 40 X 40 = 64000, cube des dixaines.
3 fois 40 X 40 X 6 = 28800, 3 fois le carré des dixaines X les unités.
3 fois 40 X 6 X 6 = 4320, 3 fois les dixaines X le carré des unités.
6 X 6 X 6 = 216, cubes des unités.

97336, cube de 46.

90 Donc, *le cube d'un nombre composé de dixaines et d'unités contient 4 parties, savoir : le cube des dixaines, le produit de 3 fois le carré des dixaines multiplié par les unités, 3 fois le produit des dixaines par le carré des unités, et le cube des unités.* Ces 4 parties expriment respectivement des mille, des centaines, des dixaines et des unités (18).

91. Extraire la racine cubique de 97336.

cube	97.336	46 racine cubique.
	64	
		4 × 4 × 4 = 64
1er. reste,	333.36	(4 × 4) × 3 = 48
	33336	
		3 fois (40 × 40) × 6 = 28800
2e. reste,	00000	3 fois 40 × (6 × 6) = 4320
		6 × 6 × 6 = 216
		33336

Puisque le nombre 97336 contient plus de 3 chiffres, sa racine aura des dixaines et des unités (89). Je commence par chercher les dixaines de cette racine : mais le cube des dixaines est des mille ; il n'a pas de chiffres significatifs avant les mille, donc ce cube ne peut-être compris que dans les 97 mille du nombre proposé, et les 3 premiers chiffres à droite ne sauraient en faire partie ; je les sépare par un point. La racine cubique de 97 est plus de 4, mais elle ne peut pas être 5 (89) ; 4 sera donc le chiffre des dixaines de la racine cherchée ; je cube ces 4 dixaines, ce qui me donne 64 mille que je retranche de 97, et il reste 33 provenant des retenues faites sur les 3 autres parties du cube 97336. A côté de 33, j'abaisse la tranche 336, ce qui donne 33336 : ce nombre ne contient plus que 3 parties du cube proposé ; c'est-à-dire 3 fois le carré des 4 dixaines trouvées multiplié par les unités, 3 fois les 4 dixaines multipliées par le carré des unités, et enfin le cube des unités. Mais la 1re. de ces 3 par-

ties suffit pour me faire trouver les unités de la racine que je cherche.

Reste à déterminer dans quels chiffres du nombre 33336 se trouve comprise la 1re. de ces 3 parties : à cet effet, je considère que 3 fois le carré des dixaines multiplié par les unités, ne peut être que des centaines, il ne doit pas avoir de chiffres significatifs avant les centaines ; je sépare donc les 2 1ers. chiffres à droite. Les 333 centaines du nombre 33336 contiennent par conséquent un produit dont l'un des facteurs est le triple du carré des 4 dixaines, et l'autre facteur est les unités cherchées (voyez le No. 26). Je carre les 4 dixaines et je prends 3 fois ce carré :

$$(4 \times 4) \times 3 = 48 \text{ ou } 4800.$$

Je divise 333 par 48 ou 33300 par 4800, et j'obtiens 6 pour quotient qui est le chiffre des unites de la racine, ainsi qu'on peut le voir, en formant les 3 dernières parties du cube comme on le voit ci-dessus. Mais cette vérification se fait plus simplement, en élevant de suite 46 au cube et le retranchant de 97336. Il faut faire attention que les 333 centaines, que nous avons prises pour dividende, contiennent de plus les centaines provenant des 2 autres parties : d'ailleurs la division l'indique.

92. 2e. *Exemple.* On demande la racine cubique

de 283.593.393	657
216	
	(6 × 6 × 6 = 216.
1er. reste, 675.93	3 fois (6 × 6) = 108, *diviseur.*
283593	(65 × 65 × 65) = 274625.
274625	3 fois (65 × 65) = 12675, *diviseur.*
	(657 × 657 × 657) = 283593393.
2e. reste, 89683.93	
283593393	
283593393	
3e. reste, 00	

Le nombre proposé ayant plus de 3 chiffres, sa racine cubique doit avoir des dixaines et des unités ; mais le cube des dixaines étant des mille, les 3 1ers. chiffres à droite n'en font point partie ; je les sépare. Le cube des dixaines de la racine cherchée se trouve nécessairement dans la partie 283593 du nombre 283593393, c'est-à-dire dans les 283593 mille.

Pour trouver les dixaines de la racine demandée, il s'agit donc d'extraire la racine cubique de 283593. Mais ce nombre ayant encore plus de 3 chiffres, sa racine cubique en aura plus d'un.

donc elle aura des dixaines et des unités ;* le cube de ces dixaines devant être des mille, les 3 chiffres à droite ne peuvent pas faire partie de ce cube ; je les sépare.

La racine cubique de 283 est 6 que je pose à droite du nombre proposé. Mais il faut faire attention que, outre le cube de 6, 283 contient les retenues faites sur les autres parties, donc il y aura un reste. Pour avoir ce reste, je forme le cube de 6 qui est 216, et je le retranche de 283. A côté du reste 67, j'abaisse 593, ce qui me donne 67593. Ce nombre devant contenir le triple carré des 6 dixaines multiplié par le chiffre qui doit être après le 6 à la racine (91), je carre 6, le triple est 108 ; ce nombre est donc l'un des facteurs d'un produit qui se trouve dans 67593 ; l'autre facteur est le chiffre qui doit être après le 6 à la racine ; il est facile de trouver ce chiffre (25).

Mais je considére que le triple carré de 6 dixaines multiplié par le chiffre que je cherche, ne peut être que des centaines (18) ; ce produit ne doit pas avoir de chiffres significatifs avant les centaines. Je sépare 2 chiffres à droite de 67593, et je divise 675 par 108 : le quotient 5 est le second chiffre des dixaines de la racine, ce qui fait 65 dixaines, qui sont la racine cubique des 283593 mille du nombre proposé. Mais il faut se rappeler que, outre le cube de 65 dixaines, 283593 contient les retenues provenant des 3 autres parties du cube total ; il doit y avoir un reste ; pour connaître ce reste, et pour vérifier en même tems la racine trouvée, je forme la cube de 65 qui est 274625, et je le retranche de 283593.

A coté du reste 8968, j'abaisse la tranche 393, ce qui fait 8968393.† Ce nombre doit contenir 3 fois le carré des 65 dixaines multiplié par les unités de la racine, plus, etc. (91). Le raisonnement qui m'a fait trouver le chiffre 5, va me faire trouver le chiffre des unités de la racine. Je sépare 2 chiffres à droite de 8968393 ; je divise 89683 par le triple carré de 65 qui est 12675 : le quotient 7 est le chiffre des unités : pour m'en assurer, j'élève 657 au cube, que je retranche du nombre proposé, et il reste 0.

93. Si le nombre dont on extrait la racine cubique n'était pas un cube parfait, on aurait un reste à la fin de l'opération, mais la racine trouvée n'en serait pas moins la véritable en nombre entier, à moins que le reste fût plus fort

---

* On voit par là, que les dixaines de la racine cubique de 283593393 auront plus d'un chiffre, c'est-à-dire des dixaines de dixaines et des des dixaines, ce qui veut dire des centaines et des dixaines ; mais nous sommes convenus de ne considérer, dans cette racine, que des dixaines et des unités, 2 parties.

† Il semble que 675 contient 108 plus de 5 fois, mais si l'on prenait 6, le cube de 66 serait plus fort que 283593, et la soustraction ne pourrait pas se faire.

ou seulement égal à 3 fois le carré de la racine obtenue, plus 3 fois cette racine plus un. Si cela arrivait la racine obtenue serait trop faible.

Si l'opération laisse un reste, la racine exacte ne peut jamais s'obtenir, mais on en approchera tant qu'on voudra au moyen des décimales : A cet effet, *on ajoute au reste 3 zéros pour chaque chiffre décimal que l'on veut avoir à la racine, et l'on continue l'opération.*

Règle. Pour extraire la racine cubique d'un nombre, *on le partage en* TRANCHES *de 3 chiffres à partir de la droite* (la dernière tranche à gauche peut avoir moins de 3 chiffres) ; *on extrait la racine du plus grand cube contenu dans la 1re. tranche à gauche, ce qui donne le premier chiffre de la racine ; on retranche le cube de ce chiffre de la 1re. tranche ; à côté du reste, on abaisse la tranche suivante dont on sépare les 2 1ers. chiffres à droite, et l'on divise la partie restante par le triple carré du chiffre mis à la racine ; le quotient donne le chiffre suivant de la racine ; on forme le cube des 2 chiffres déjà trouvés à la racine, et on le retranche des 2 tranches à gauche du nombre proposé ; à côté du reste, on abaisse la tranche suivante ; on sépare les 2 chiffres à droite, et l'on divise ce qui reste à gauche par le triple carré des 2 chiffres déjà obtenus à la racine ; ainsi de suite, jusqu'à ce qu'on ait abaissé toutes les tranches.* Si le diviseur ainsi formé n'était pas contenu dans le nombre que l'on prend pour dividende, on mettrait 0 à la racine, et l'on abaisserait une autre tranche, s'il y en avait encore, etc.

94. Pour former le cube d'une fraction, il suffit de cuber le numérateur et le dénominateur de cette fraction.

Donc, *pour obtenir la racine cubique d'une fraction, il faut extraire séparément celle de son numérateur et celle de son dénominateur.* La racine cubique de $\frac{27}{64} = \frac{3}{4}$. On peut aussi réduire la fraction en décimale.

95. Le cube des fractions décimales s'obtient comme celui des nombres entiers, en observant ce qui a été dit sur la multiplication des nombres décimaux.

Ainsi : la racine cubique d'une fraction décimale s'obtient de la même manière que celle des nombres entiers, mais il faut compléter les tranches, en mettant un ou deux zéros à droite du nombre proposé.

Problème. Quel est le nombre qui, multiplié 2 fois par lui-même, donne 164566592 ?

Réponse, 548.

2e. *Problème.* Quelle est la racine cubique de 30371328 ?

Réponse, 312.

3e. Quelle est la racine cubique de $\frac{27}{343}$?

Réponse, $\frac{3}{7}$.

4e. On demande la racine cubique de 2 à un millième près ?

Réponse, 1,259.

5e. Extraire la racine cubique de $\frac{375}{1029} = \frac{5}{7}$.

96. *On obtient la racine quatrième d'un nombre, par l'extraction de deux racines carrées consécutives.* Ainsi la racine 4e. de 65536 est 16.

97. *On peut obtenir la racine sixième d'un nombre par une racine carrée et une racine cubique, ou par une racine cubique et une racine carrée.* Demande-t-on, par exemple, la racine sixième de 7529536 : j'extrais la racine carrée de ce nombre, laquelle est 2744 : J'extrais ensuite la racine cubique de cette racine carrée ; je trouve qu'elle est 14 ; telle est la racine sixième demandée.

Pour extraire les autres racines, on a recours aux logarithmes, au moyen desquels on obtient plus promptement et plus facilement une puissance quelconque d'un nombre, ainsi qu'une racine quelle qu'elle soit : Il nous est impossible d'en parler ici.

Problèmes.—1er. Quelle est la racine quatrième de 9475854336 ?

Réponse, 312.

2e. On demande la racine sixième de 1000000.

Réponse, 10.

Cherchez la racine cubique de 7346104235.

Les Mathématiques, jeunes élèves, sont une mine fort riche ; il en coûte un peu pour l'exploiter, mais on est emplement dédommagé par les trésors que l'on en retire : ce que vous avez vu jusqu'ici est le commencement de cette science qui est elle-même la clé de toutes les autres sciences.

PLANIMÉTRIE

OU

ART DE MESURER LES SURFACES.

Définitions et explications préliminaires.

93. Nous regrettons beaucoup qu'il ne nous soit pas possible de donner ici les figures de géométrie : toutefois nous tâcherons d'y suppléer par des explications et par des exemples.

1°. On appelle *ligne droite* le plus court chemin qui aboutit d'un point à un autre.

Le *point* est l'endroit où se termine une ligne ; il n'a aucune dimension, c'est-à-dire, ni longueur, ni largeur, ni épaisseur.

2°. Toute ligne qui n'est ni droite, ni composée de lignes droite, s'appelle *ligne courbe ;* si l'on entoure le tuyeau d'un poêle avec un fil, on forme une ligne courbe.

3°. On dit qu'une ligne est *perpendiculaire* à une autre, quand elle rencontre cette autre sans pencher plus d'un côté que d'un autre. Quand elle penche plus d'un côté que d'un autre, on l'appelle *ligne oblique.*

4°. On appelle *ligne verticale* celle qui est dirigée dans le sens d'un fil à plomb ; et *horizontale* celle qui est dirigée dans le sens de l'horizon, telle serait celle qu'on tracerait sur une table.

5°. On dit que 2 ou plusieurs lignes sont *parallèles*, quand elles sont partout à égale distance et ne pouvant jamais se rencontrer.

9°. On appelle *angle* l'espace compris entre deux lignes qui se rencontrent ; l'endroit où elles se rencontrent se nomme le *sommet* de l'angle, et les 2 lignes en sont les côtés. Quand ces deux lignes sont perpendiculaires l'une à l'autre, l'angle est *droit*, et il a 90 degrés. Tout angle plus grand que l'angle droit se nomme *obtus.* Tout angle plus petit que l'angle droit est dit *aigu.*

7o. On nomme *triangle* l'espace compris entre trois lignes qui se rencontrent. Tout triangle a 3 angles et 3 côtés. Le triangle qui a un angle droit se nomme *triangle-rectangle* ; celui dont les 3 côtés sont égaux, *triangle-équilatéral* ; celui dont 2 côtés seulement sont égaux est un *iriangle-isocèle* ; enfin celui qui a ses 3 côtés inégaux a reçu le nom de *triangle-scalène.* On prend

pour base du triangle le côté que l'on veut ; la perpendiculaire menée du sommet sur la base est la hauteur du triangle.

8°. On appelle en général *quadrilatère* tout espace renfermé entre 4 lignes, mais comme il y en a de plusieurs formes, on a adopté des noms particuliers pour les distinguer ; on appelle *carré* celui qui est formé par 4 lignes égales et parallèles deux à denx, et qui forment 4 angles droits ; le quadrilatère dont les quatre côtés sont égaux et les angles non droits, s'appelle *losange* ; celui dont les côtés ne sont égaux que deux à deux et qui forment des angles droits se nomme *rectangle* ou *carré long* ; celui dont les 4 côtés sont parallèles deux-à-deux et les angles non droits s'appelle *parallélogramme* ; enfin on nomme *trapèze* celui dont deux côtés seulement sont parallèles.

On prend pour *base* le côté que l'on veut,* et pour *hauteur* la perpendiculaire élevée sur la base et prolongée jusqu'au côté opposé à la base.

9°. En général on appelle *polygone* toute figure qui a plus de 4 côtés; ainsi l'on peut dire polygone de 5, de 6, de 7, etc. côtés ; mais on dit plus communément : *pentagone*, *hexagone*, *eptagone*, *octagone*, *ennéagone*, *décagone*,† etc. Toutes ces figures sont dites *régulières* lorsque tous les angles, ainsi que les côtés, sont égaux.

10°. On appelle CIRCONFERENCE une ligne courbe dont tous les points sont à égale distance d'un point intérieur que l'on nomme CENTRE. L'espace compris dans cette circonférence s'appelle *cercle*. Toute ligne droite menée du centre à un point quelconque de la circonférence s'appelle *rayon ;* une ligne droite terminée de part et d'autre à la circonférence et passant par le centre, se nomme *diamètre ;* c'est le double du rayon. Une ligne droite qui abouttit de part et d'autre à la circonférence sans passer par le centre s'appelle *corde*.

11°. La circonférence développée en ligee droite, vaut, à peu près, 3 fois et $\frac{1}{7}$ de fois le diamètre ; c'est-à-dire que, si le diamètre d'un cercle a 1 pied, la circonférence aura 3 $\frac{1}{7}$ pieds.

De sorte que, connaissant le diamètre, si l'on veut avoir la circonférence, *il faut multiplier le diamètre par* 3 $\frac{1}{7}$ *ou* $\frac{22}{7}$ (39).

Ainsi le diamètre d'un cercle étant 14 pieds, la circonférence sera $14 \times 3\frac{1}{7} = 44$ pieds.

Cependant, si les calculs doivent être précis, il faut multiplier, non pas par 3 $\frac{1}{7}$, mais par 3,14159 ; encore le résultat n'est-il pas

* Dans le trapèze, on prend toujours pour base l'un des deux côtés parallèles.

† Ces mots sont formés, chacun, de deux mots grecs : *penté* cinq, et *gônia* angle, etc.

rigoureux, mais l'approximation est plus que suffisante pour le besoin des arts, et l'on se contente souvent de multiplier par 3 $\frac{1}{7}$. Puisque la circonférence égale 3 $\frac{1}{7}$ fois le diamètre, on voit que le diamètre est les $\frac{7}{22}$ de la circonférence.

Conséquemment, si l'on connait la circonférence et qu'on veuille trouver le diamètre, *il n'y a qu'à diviser la circonférence par* 3 $\frac{1}{7}$ ou $\frac{22}{7}$ (43) ou par 0,31868.

Exemple. La circonférence de la Terre étant de 9000 lieues, son diamètre est 9000 × 0,31868 = 2868,12 lieues. C'est-à-dire que, si l'on perçait la Terre juste par le milieu, la ligne droite qui la traverserait, aurait 2868,12 lieues. Prenant le moitié de ce nombre, on a, pour le rayon de la Terre, 1434,06 lieues.

MESURE DES SURFACES.

99. La surface (aire ou superficie) d'un pays, d'une province, etc. s'évalue en milles, en lieues ou en myriamètres carrés. Les surfaces de moindre étendue s'évaluent en arpens, en perches, en hectares, en ares, en verges, acres, toises, pieds, pouces, etc. carrés.

On obtient la surface d'un CARRÉ en multipliant un côté par lui-même.

Exemple. Supposant qu'un jardin ou une pièce de terre quelconque ait une forme carrée, et que le côté soit de 8 toises, en multipliant 8 par 8, on en déduit que la surface du jardin est de 64 toises carrées : c'est-à-dire que, si l'on prend une planche ou un châssis d'une toise carrée, et qu'on le place sur la surface du jardin autant de fois que cela pourra se faire, en marquant successivement chaque espace occupé par le châssis, on trouvera qu'il y est contenu juste 64 fois, et il en résultera par conséquent 64 petits carrés égaux à l'étendue du châssis.

Pour obtenir la surface d'un CARRE' LONG, il faut en mesurer la longueur et la largeur, et multiplier l'une par l'autre.— Par exemple, la longueur d'un champ étant de 7 arpens et la largeur, de 3, l'aire du champ sera

7 × 3 = 21 arpens carrés.

La surface d'un PARALLELOGRAMME quelconque s'obtient en multipliant la hauteur par un des côtés pris pour base.

Pour avoir la surface d'un TRIANGLE quelconque, on mesure la base ainsi que la hauteur, on multiplie l'une par l'autre, et l'on prend la moitié du produit, ou, ce qui revient au même, on multiplie la base par la moitié de la hauteur, ou la hauteur par la moitié de la base.

Soit, pour exemple, une prairie de forme triangulaire, dont la base ait 6 $\frac{1}{2}$ perches, et la hauteur, 4 perches : la superficie sera

$$6{,}5 \times 2 = 13 \text{ perches carrées.}$$

Pour évaluer la superficie d'un TRAPEZE, il faut mesurer les 2 côtés parallèles ainsi que la hauteur, et ensuite multiplier la moitié de la somme des côtés parallèles par la hauteur.

Soit un trapèze dont la base supérieure ait 12 toises, la base inférieure 16, et la hauteur 8 ; on a $12 + 16 = 28$; la moitié de 28 est 14, et par conséquent

$$14 \times 8 = 112 \text{ toises carrées.}$$

Quant aux autres figures terminées par des lignes droites, mais qui ne sont ni des carrés, ni des triangles, et qui peuvent présenter mille formes diverses, il est toujours facile de les diviser en plusieurs triangles : *Alors on cherche la surface de chaque triangle en particulier, et l'on réunit tous les résultats pour avoir l'aire totale.*

Pour obtenir la surface d'un CERCLE, il faut d'abord chercher la circonférence de ce cercle, et la multiplier par la moitié du rayon.

Exemple. Supposant que le diamètre d'un cercle soit de 28 pouces, la circonférence de ce cercle sera $28 \times 3\frac{1}{7} = 88$ pouces.

Le cercle aura donc $88 \times 7 = 616$ pouces carrés.

Remarque. 1 toise carrée vaut $6 \times 6 = 36$ pieds carrés ;
1 pied carré vaut $12 \times 12 = 144$ pouces carrés ;
1 pouce carré égale $12 \times 12 = 144$ lignes carrées ;
1 arpent carré vaut $10 \times 10 = 100$ perches carrées ;
1 lieue carrée égale $3 \times 3 = 9$ milles carrés ;
1 mètre carré $= 10 \times 10 = 100$ décimètres carrés ;
1 décimètre carré vaut $10 \times 10 = 100$ centimètres carrés ;
etc. etc.

Quand on mesure une surface, il faut exprimer les deux dimensions en unités ou en fractions d'unité de la même espèce.

STÉRÉOMÉTRIE

OU

ART DE MESURER LES VOLUMES.

Définitions.

100. En mathématiques, on entend par *corps* ou *solide* tout ce qui a les trois dimensions : longueur, largeur et épaisseur ou profondeur. En physique, on appelle *volume* tout corps considéré relativement à la grandeur de ses dimensions.

1°. On appelle *prisme* un corps dont la base supérieure et la base inférieure forment deux polygones égaux et parallèles, et les faces latérales, des parallélogrammes ; telle est une pile de planches, de bois, de pierres ou un mur, etc. Quand toutes les faces sont des carrés, le prisme prend le nom de *cube ;* tel est un dé à jouer, etc.

2°. On appelle *cylindre* une espèce de prisme arrondi et dont les bases sont des cercles égaux et parallèles ; tels sont un tuyeau de poêle et un rouleau quelconque.

3°. On nomme *pyramide* un corps dont la surface latérale forme des triangles qui se réunissent tous à un sommet commun qui est la pointe de la pyramide.

4°. On donne le nom de *cône* à une espèce de pyramide arrondie et dont la base inférieure est un cercle ; tel est un pain de sucre.

5°. On appelle *hauteur* de tous ces corps une ligne droite abaissée perpendiculairement d'un point quelconque de la base supérieure à la base inférieure.

6°. On appelle *sphère* un corps terminé par une surface courbe dont tous les points sont également éloignés d'un autre point pris au dedans et que l'on nomme *centre ;* telle est une boule ou un boulet de canon.

EVALUATION DE LA SURFACE DES CORPS.

101. La surface d'un PRISME se composant de carrés ou de carrés longs, et celle de toute PYRAMIDE se composant de triangles, pour évaluer la surface de ces corps, il suffit de se rappeler les règles qui précèdent.

Pour obtenir la surface d'un CYLINDRE, on mesure la base au moyen d'un fil ou d'une corde, et l'on multiplie cette circonférence par la hauteur. On obtient celle d'un CONE, en multipliant la circonférence de la base par la moitié de la hauteur.

La surface d'une SPHERE s'obtient, en multipliant la circonférence d'un de ses grands cercles par son diamètre.

Veut-on, par exemple, connaître la surface du Globe terrestre ; on a 9000 × 2868,12 = 25813080 lieues carrées.

EVALUATION DU VOLUME DES CORPS.

102. Les volumes s'évaluent en toises cubes, pieds cubes, pouces, lignes cubes, mètres cubes, etc.

On entend par CUBE un corps qui a six faces égales et parallèles. Par exemple, un morceau de bois ou de pierre, qui aurait un pied en tout sens, c'est-à-dire, en longueur, en largeur et en épaisseur, serait un *pied cube.*

On obtient la volume d'un PRISME quelconque et celui d'un CYLINDRE, en multipliant la surface de la base par la hauteur.

Soit proposé de trouver le volume d'une pile de bois de 18 pieds de longueur, 5 pieds de largeur et 8 pieds de hauteur ; cherchant la surface de la base, on a

18 × 5 = 90 pieds carrés ; et pour le voulume, 90 × 8 = 720 pieds cubes.

Le volume d'une PYRAMIDE et celui d'un CONE, s'obtiennent en multipliant la surface de la base par le tiers de la hauteur.

Exemple. La base d'un pain de sucre a 49 pouces carrés, et la hauteur 18 pouces ; trouver combien il contient de pouces cubes : on a

49 × 6 = 294 pouces cubes.

Pour avoir le volume d'une SPHERE, il faut multiplier la surface de cette sphère par le tiers du royon.

Par exemple, si l'on veut connaître le volume de la Terre, ayant trouvé la surface de 25813080 lieues carrées, et le rayon de 1434,06 lieues dont le tiers est 478,02.*

On a 25813080 × 478,02 = 12338168501,6 lieues cubes ; tel est le volume du Globe que nous habitons.

Une lieue valant 2280,33 toises, si l'on carre ce nombre, on trouve ce que vaut une lieue carrée en toises carrées.

Pareillement, en cubant ce même nombre, on voit qu'une lieue cube vaut 11857499160,9 toises cubes.

* Ce sont des lieues françaises.

Si l'on veut exprimer la surface, ainsi que la volume de la Terre en toises carrées et en toises cubes, au lieu de prendre la lieue pour unité, il faut prendre la toise. Lorsqu'on aura obtenu ainsi le volume, en évaluant le poids d'une toise cube de ce volume, il sera aisé d'évaluer le poids total de toute la Terre, en quintaux, en livres; en onces, etc. Si les jeunes élèves veulent pousser la curiosité jusque là, rien n'est plus facile.

Remarque. 1 toise cube vaut $6 \times 6 \times 6 = 216$ pieds cubes ; 1 pied cube égale $12 \times 12 \times 12 = 1728$ pouces cubes ; etc. 1 mètre cube vaut $10 \times 10 \times 10 = 1000$ décimètres cubes ; etc.

Pour évaluer les volumes, il faut exprimer les trois dimensions en unités ou en fractions d'unité de la même espèce. Par exemple, si la longueur d'un corps est exprimée en toises, on exprimera aussi la largeur et la hauteur en toises ou en fractions de la toise.

PROBLEMES DIVERS.

1er. On veut faire plâtrer les murs intérieurs d'un appartement dont le contour est de 45 ½ pieds, et la hauteur, de 12 pieds ; on a fait le marché à 9 pennys le pied carré ; à combien se montera ce travail ?

Réponse : Il faut chercher d'abord combien de pieds carrés contient la surface des murs, en multipliant le coutour par la hauteur (99), ce qui donne 546 pieds carrés ; mais il s'y trouve deux fenêtres de 5 pieds de haut et 3 pieds de large, et une porte qui a 6 pieds sur 3 ; en évaluant ces 3 ouvertures à part, on trouve qu'elles occupent en tout un espace de 48 pieds carrés, qu'il faut retrancher

de 546
48

reste 498 pieds carrés,

lesquels, à 9 pennys, font £18 13 6 qu'on aura à payer.

2e. On veut faire un tapis pour une sale qui a 15 verges en longueur et 12 en largeur ; l'étoffe que l'on veut employer a 1 verge et ½ de largeur ; combien faut-il de la longueur de l'étoffe pour faire ce tapis ?

Réponse. J'évalue d'abord la superficie à laquelle est destiné le tapis, et je trouve $15 \times 12 = 180$ verges carrées. Maintenant je dis : il faut que l'étoffe ait une longueur qui, multipliée par sa largeur, donne 180 : mais pour trouver un nombre qui, multiplié par 1 ½, donne 180, il suffit de se rappeler ce qui a été dit au No. 26. Je divise donc 180 par 1 ½ ou 1,5 et le quotient m'indique qu'il faut 120 verges pour faire le tapis dont il s'agit.

En effet, $120 \times 1\frac{1}{2}$ ou $1{,}5 = 180$ verges carrées.

3e. Trouver l'épaisseur (le diamètre) d'une colonne.

Réponse. On mesure le contour (circonférence) à l'aide d'un fil, et en supposant que cette circonférence soit de 13 pieds 4 pouces et $\frac{2}{7}$ de pouce, l'épaisseur de la colonne sera 13 pi. 4 pou. $\frac{2}{7} \times \frac{7}{22} = 4$ pi. $\frac{1}{4}$ ou 4 pi. 3 pou. (Voyez le No. 98 11e.)

4e. Quel est le volume d'une pièce de bois qui a 24 pieds de long, sur 1 pied 8 pou. de large, et 1 pi. 3 pou. d'épaisseur ?

Réponse. $24 \times 1\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{4} = 50$ pieds cubes.

5e. Une pièce de terre a 25 arpens en longueur et 8 perches en largeur ; quelle en est la superficie ?

Réponse. Afin que les deux dimensions soient exprimées en unités de même espèce, on réduit les arpens en perches, ce qui donne 250 perches ; ainsi la surface demandée sera

$$250 \times 8 = 2000 \text{ perches carrées :}$$

et comme 100 perches carrées font un arpent, on n'à qu'à diviser 2000 par 100, et l'on trouve 20 arpens carrés.

Mais il n'était pas absolument nécessaire de convertir les arpens en perches ; il suffisait d'exprimer les 8 perches, largeur de la pièce, en fraction de l'arpent, en disant : puisque 1 arpent vaut 10 perches, 8 perches valent $\frac{8}{10}$ ou $\frac{4}{5}$, soit encore 0,8 d'arpent ; et $25 \times \frac{4}{5}$ ou par $0{,}8 = 20$ arpens carrés.

6e. Combien faudrait-il prendre sur la longueur de la pièce de terre de la question précédente, pour avoir une superficie égale à arpent carré ?

Réponse. Puisque 1 arpent carré vaut 100 perches carrées, il s'agit de trouver un nombre qui, multiplié par la largeur de la pièce de terre, donne 100 : or cette largeur étant 8 perches, on a (26) $100 : 8 = 12\frac{1}{2}$ ou 12,5 perches qu'il faut prendre en longueur, pour avoir la valeur de 1 arpent carré.

En effet (99), $12\frac{1}{2}$ ou $12{,}5 \times 8 = 100$ perches carrées ou 1 arpent carré.

7e. Une planche a $9\frac{1}{3}$ pouces de largeur ; combien faut-il prendre de la longueur, pour avoir la valeur de 1 pied carré ?

Réponse. Un pied carré valant 216 pouces carrés, c'est encore comme si l'on demandait : quel est le nombre qui, multiplié par $9\frac{1}{3}$ donne au produit 216 ?*

On trouve donc, $216 : 9\frac{1}{3} = 23\frac{1}{7}$ pouces, qu'il faut prendre en longueur, pour la valeur de 1 pied carré.

Car $23\frac{1}{7} \times 9\frac{1}{3} = 216$ po. c. ou 1 pi. c.

8e. On a formé une pile de pierres qui a $10\frac{1}{2}$ toises de long, 2 toises de large, et 5 pieds de haut ; quel volume contient-elle ?

Réponse. Il faut premièrement trouver la superficie de la base, ce qui se fait en multipliant la longueur par la largeur, et l'on obtient 21 toises carrées : ce nombre multiplié par la hauteur, qui est $\frac{5}{6}$ de toise, donne $17\frac{1}{2}$ toises cubes. On évaluera la fraction $\frac{1}{2}$ en pieds, pouces, lignes cubes, etc. en observant ce qui a été dans la remarque du No. 102.

* Comme on le voit, nous avons eu raison d'insister sur les principes fondamentaux de l'arithmétique ; si l'on a bien compris les 4 opérations sur les nombres entiers et sur les fractions, et qu'on ne les perde pas de vue, on ne sera jamais embarrassé pour faire ses calculs.

9e. Quelle est la superficie d'un triangle dont la base est de 3 arpens $\frac{1}{4}$, et la hauteur 5 $\frac{1}{2}$ arpens ?

Réponse. 8,9375 arpens carrés.

On évaluera la fraction décimale en perches, en verges, etc.

10e. Que vaut 1 pied carré français * en mètre carré ?
Réponse. Un pied français valant, à un millième près, mètre 0,324.
On a 0,324 X 0,324 = m. 0,104976 ou bien (58) m. 0,105.

11e. Quelle est la valeur de 1 pied carré anglais en mètre carré, à 1 millième près ?

Réponse. 0,304 X 0,304 = 0,092416.

N. B.—C'est la même chose pour convertir des toises carrées en mètres carrés et réciproquement, ainsi que toute autre mesure, en observant ce qui a été dit page 74, 75, 76 et 77. Si l'on veut trouver la valeur en pieds, toises, mètres, etc. cubes, il suffit de cuber le nombre ou la fraction qui exprime l'unité convertie à l'espèce dont il s'agit ; ces réductions sont très faciles.

12e. La largeur d'un bassin circulaire est de 20 pieds ; quel est le contour de ce bassin ?

Réponse. 20 $\times$ 3 $\frac{1}{7}$ = 62 pi. 10 po. 3 lig. $\frac{3}{7}$.

13e.—Un propriétaire a acheté un emplacement à raison de £ 3 4, la toise carrée ; le terrain a 12 toises en longueur, et 7 en largeur ; à combien se monte son acquisition ?
Réponse. Il faut chercher d'abord la surface de cet emplacement, en multipliant la longueur par la largeur, et l'on trouve 84 toises carrées ; et, puisque une toise coûte £ 3 4, il n'y a qu'à prendre ce prix 84 fois, ce qui donne £ 268 16.

14e. Quelle est la superficie d'un cercle dont le diamètre est de 19 pieds ou 3 toises et 1 pied ?
Réponse. 19 X 3 $\frac{1}{7}$ donnera la circonférence, que l'on multipliera par la moitie du rayon qui est le quart du diamètre, ou 4 pieds $\frac{3}{4}$ soit 4 pi. 9 pou., et l'on aura la surface demandée.

15e. On a formé une pile de planches de 26 pieds 3 pouces de long sur 15 pieds $\frac{1}{2}$ de haut, et 11 pieds de large ; combien contient-elle de pieds cubes ?

Réponse. 4475,625.

Quel profit ferait un fermier en 20 ans, s'il s'arrangeait de manière à pouvoir vendre annuellement une paire de poulains, supposé que chacun lui donnât 12 louis de bénéfice net ?

Réponse. Il gagnerait 1920 piastres ou 11520 francs.

Quelle fortune ferait en 30 ans un cultivateur qui enverrait 3 fois par semaine une charretée de denrées au marché, en supposant que chaque voyage lui laissât une piastre quitte ?

Réponse. Il amasserait 28080 francs ou 4680 piastres, soit £ 1170.

18e. Un marchand donne 24 verges de drap pour £36 19 2 $\frac{2}{5}$; un autre en donne 28 $\frac{1}{2}$ verges pour £ 44 9 2 $\frac{1}{2}$; quel est celui des deux marchands qui vend le plus cher ?

Réponse. Le deuxième marchand vend plus cher que le premier.

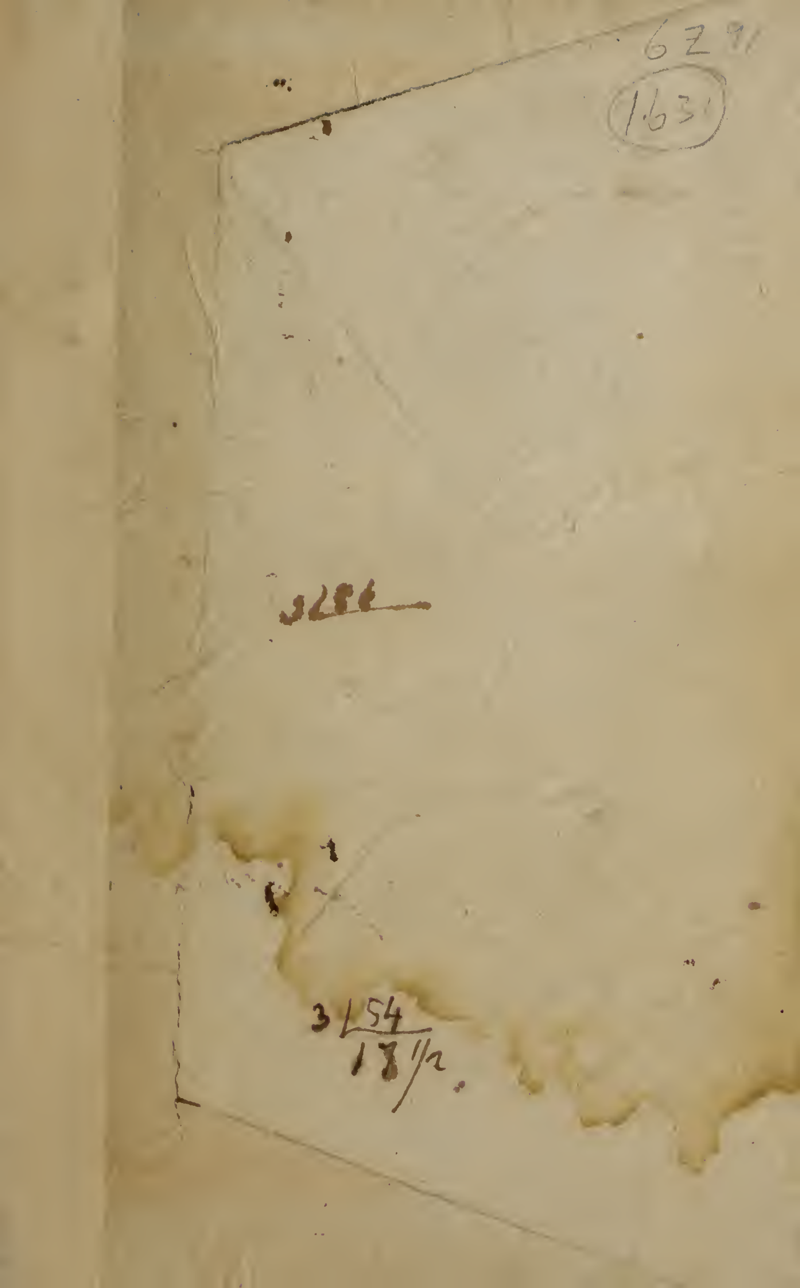
---

* Voyez le No. 71 et le tableau page 75.

FIN.

~ Regle de trois.




1631
3 54
18½

